AKUSTISCHE ZEITSCHRIFT

Zweites Heft | Siebenter Jahrgang | März 1942

Ein akustisches Meßverfahren zur Bestimmung der dynamischen Kompressibilität und des Verlustfaktors elastischer Stoffe

Von Erwin Meyer und Konrad Tamm

Mitteilung aus dem Institut für Schwingungsforschung der Technischen Hochschule Berlin

(Mit 7 Textabbildungen)

1. Einleitung

Zur Prüfung von Körperschallisolierstoffen sind in der Bauakustik eine Reihe von Methoden[1]) bekannt, die in Abhängigkeit von der Frequenz den dynamischen Elastizitätsmodul sowie den Verlustfaktor (Verwärmgrad) bestimmen lassen. Meist handelt es sich dabei um plattenförmige Stoffanordnungen, bei denen die Querausdehnung und die Befestigung des Stoffes auf der Unterlage eine große Rolle spielen. Für viele Anwendungszwecke ist es erwünscht, die form- und befestigungsunabhängigen elastischen Konstanten zu messen, nämlich den dynamischen Volumenelastizitätsmodul und den zugehörigen Verlustfaktor. Dazu ist es notwendig, den Stoff einem allseitig gleichen Wechseldruck auszusetzen. Bei dem zu beschreibenden Meßverfahren wird der allseitige Druck mittels einer Schallwelle in einer das Probematerial umschließenden Flüssigkeit, vorzugsweise in Wasser, erzielt.

Die grundsätzliche Meßanordnung ist folgende: Man verwendet ein Resonanzsystem, dessen Federung durch die Kompressibilität der Flüssigkeit bestimmt ist. Bringt man die Probe in die Flüssigkeit hinein, so ändert sich die Federung des Resonanzsystems und damit die Eigenfrequenz. Die Resonanzverschiebung ist bei bekanntem Volumen der Probe ein Maß für deren Volumenelastizitätsmodul. Gleichzeitig ergibt die Dämpfungszunahme den Verlustfaktor[2]).

2. Theorie

Der quantitative Zusammenhang zwischen den eben genannten Größen läßt sich am einfachsten bei einem System aus getrennter Masse und Federung übersehen. Verwendet man, was experimentell leichter ausführbar ist, eine Wassersäule als Resonanzsystem, d. h. ein System mit verteilter Masse und Federung, so ändern sich die Beziehungen nur unwesentlich. Man geht daher zunächst von einem Schwingungssystem aus, wie es in Abb. 1 gezeichnet

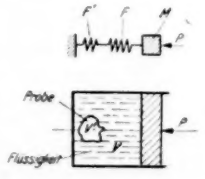

Abb. 1. Schema des Resonanzsystems aus getrennter Masse und Federung zur Bestimmung von Volumenelastizitätsmodul und Verlustfaktor einer Materialprobe

ist. Die Masse wird durch einen Kolben M, die Federung durch ein von starren Wänden umschlossenes Flüssigkeitsvolumen V dargestellt, dessen Masse vernachlässigbar klein sein muß. Das Volumen der eingebrachten Probe ist V'. Die Masse der Probe ist ohne Einfluß auf die Messung, wenn sie sich an einer Stelle

[1]) Vgl. z. B. C. Costadoni, Z. techn. Phys. **17** (1936), S. 108.

[2]) Anm. bei der Korrektur. Eine analoge Methode ist in der Hochfrequenztechnik möglich. Vgl. hierzu F. Borgnis, Eine neue Methode zur Bestimmung der Dielektrizitätskonstanten und des Verlustfaktors dielektrischer Stoffe im cm-Wellenbereich. Naturwiss. **29** (1941), S. 516.

sehr kleiner Bewegung befindet, d. h. in Bodennähe. Der Volumenelastizitätsmodul der Probe ist E', der der Flüssigkeit E. Man berücksichtigt die Verluste der Probe durch Einführung eines komplexen E-Moduls, in der Form $E'(1 + i\eta) = \bar{E}'$; η ist dabei der Verlustfaktor. Er stellt das Verhältnis der in der Probe in Wärme umgesetzten zu der in sie hineingesteckten potentiellen Energie dar und entspricht dem tg δ eines Dielektrikums. Die Resonanzfrequenz des Systems ohne Probe ist ω_0; durch Einbringen der Probe wird sie um $\delta\omega$ erniedrigt. Es ist also $\omega_0^2 = 1/MF$ und

$$\omega_R^2 = (\omega_0 - \delta\omega)^2 = \frac{1}{M(F+F')} \approx \frac{1}{MF}\left(1 - \frac{F'}{2F}\right)^2.$$

Dabei sind $F = V/E$ und $F' =$ Imaginärteil von $V'/E' = V'/E'(1 + \eta^2)$ die Federungen der Wassersäule bzw. der Probe (Abb. 1). Vorausgesetzt wird, daß F'/F und dementsprechend auch die relative Verschiebung der Resonanzfrequenz $\delta\omega/\omega_0$ kleine Größen sind. Damit wird

$$\frac{\delta\omega}{\omega_0} = \frac{F'}{2F} = \frac{E}{E'}\frac{V'}{2V}\frac{1}{1+\eta^2}.$$

Der Verlustfaktor der Probe ergibt sich aus der Halbwertbreite. Setzt man das Schwingungssystem der Abb. 1 als dämpfungsfrei voraus, so ist das Dämpfungsdekrement ϑ durch das Verhältnis der in der Probe verbrauchten Energie zur gesamten potentiellen Energie des Systems gegeben, die sich aus den Teilenergien von Flüssigkeit und Probe zusammensetzt, Die potentiellen Energien sind aber den Federungen proportional, so daß

$$\frac{\vartheta}{\pi} = \frac{\eta F'}{F+F'} \approx \frac{\eta F'}{F} = 2\eta\frac{\delta\omega}{\omega_0}.$$

ϑ/π ist nun die relative Halbwertbreite $\Delta\omega/\omega_0$ Damit wird der Verlustfaktor $\eta = \frac{1}{2}\frac{\Delta\omega}{\delta\omega} = \frac{1}{2}\frac{\Delta f}{\delta f}$, wenn an Stelle der Kreisfrequenz die Schwingungszahlen in Hz eingeführt werden. Aus der ersten Beziehung ergibt sich der Volumenelastizitätsmodul $E' = E\frac{V'}{2V}\frac{f_0}{\delta f}\frac{1}{1+\eta^2}$. Bei Proben mit kleinem Verlustfaktor ist der Ausdruck $\frac{1}{1+\eta^2}$ zu vernachlässigen. Ist das Schwingungssystem ohne Probe nicht verlustfrei, was praktisch immer der Fall ist, so wird η aus der Differenz der beiden Dekremente bzw. Halbwertbreiten mit und ohne Probe gefunden.

Ein Resonanzsystem nach Abb. 1 läßt sich nur schwer verwirklichen, da reine Massen und reine Federungen kaum darstellbar sind. Man kann jedoch das gleiche Meßprinzip benutzen, wenn man die Probe in den Druckbauch einer stehenden Schallwelle in einer Flüssigkeit bringt. In diesem Falle ist für die Berechnung der Frequenzverschiebung und der Dämpfungserhöhung die Leitungstheorie zugrunde zu legen. Man nimmt dazu an, daß die Probe aus einer dünnen, den Rohrquerschnitt ganz ausfüllenden Schicht besteht. Die Bedeutung der Größen p, v, x, l und D geht aus Abb. 2 hervor.

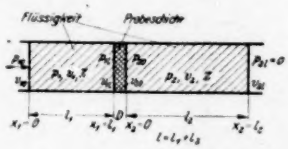

Abb. 2. Schematische Darstellung der Wassersäule mit scheibenförmiger Probe

Die Anwendung der Leitungsgleichungen ergibt für den linken Teil der Wassersäule:

$$p_1 = p_{10}\mathfrak{Cof}\,\gamma x_1 - Z v_{10}\mathfrak{Sin}\,\gamma x_1,$$
$$Z v_1 = -p_{10}\mathfrak{Sin}\,\gamma x_1 + Z v_{10}\mathfrak{Cof}\,\gamma x_1.$$

Dabei bedeutet $Z = \varrho c$ den Wellenwiderstand und $\gamma = \beta + i\omega/c$ die Fortpflanzungskonstante, c ist die verringerte Schallgeschwindigkeit im Rohr. Für den rechten Teil vereinfacht sich der entsprechende Ausdruck wegen $p_{2l} = 0$ zu:

$$p_2 = Z v_{2l}\mathfrak{Sin}\,\gamma(l_2 - x_2),$$
$$v_2 = v_{2l}\mathfrak{Cof}\,\gamma(l_2 - x_2).$$

Vernachlässigt man die Masse der Schicht (an Stellen kleiner Schnelle ist dies immer möglich), dann wird

$$p_{1l} = p_{20} = \frac{E'}{i\omega D}(v_{1l} - v_{20}).$$

D ist die Schichtdicke der Probe. Der erste Teil dieser Gleichung ergibt

$$p_{10}\mathfrak{Cof}\,\gamma l_1 + Z v_{10}\mathfrak{Sin}\,\gamma l_1 = Z v_{2l}\mathfrak{Sin}\,\gamma l_2,$$
$$Z v_{10} = -Z v_{2l}\frac{\mathfrak{Sin}\,\gamma l_2}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l_1} + p_{10}\frac{\mathfrak{Cof}\,\gamma l_1}{\mathfrak{Sin}\,\gamma l_1}.$$

Der zweite Teil liefert:

$$Z v_{2l}\mathfrak{Sin}\,\gamma l_2 = \frac{\bar{E}'}{i\omega D Z}(-p_{10}\mathfrak{Sin}\,\gamma l_1 + Z v_{10}\mathfrak{Cof}\,\gamma l_2 - Z v_{2l}\mathfrak{Cof}\,\gamma l_2).$$

Durch Einsetzen von $Z\,v_{1\,0}$ erhält man:

$$Z\,v_{2\,l}=\frac{p_{1\,0}}{\mathfrak{Sin}\,\gamma\,l+\frac{i\,\omega\,D}{E'}\frac{Z}{2}\,[\mathfrak{Cof}\,\gamma\,l-\mathfrak{Cof}\,\gamma\,2\,b]}\,,$$

wenn $l=l_1+l_2$ und $2\,b=l_1-l_2$.

a) Wassersäule ohne Probe

Die Wassersäule hat ohne Probe Resonanzstellen bei den Frequenzen $\omega=\omega_0$, für die l ein Vielfaches der Halbwellenlänge ist, geringe Dämpfung vorausgesetzt. Die Schnelle

$$v_{2\,l}=\frac{p_{1\,0}}{Z\,\mathfrak{Sin}\,\gamma\,l}$$

wird dann sehr groß, wenn der Imaginärteil von $\mathfrak{Sin}\,\gamma\,l$

$$\mathfrak{J}_{(\mathfrak{Sin}\,\gamma l)}\approx\sin\frac{\omega_0\,l}{c}=0\,,$$

$$\omega_0=n\,\pi\cdot\frac{c}{l}\;;\quad l=n\,\lambda/2\,.$$

In der Nähe der Resonanzfrequenz $\omega=\omega_0\pm d\,\omega$ ist die Schnelle

$$|v_{2\,l}|=\frac{p_{1\,0}}{Z\sqrt{(\beta\,l)^2+(d\,\omega\,l/c)^2}}\,.$$

Aus dieser Darstellung der Resonanzkurve kann man die Halbwertbreite Δf direkt entnehmen; sie ist natürlich unabhängig von der Länge der Wassersäule:

$$\frac{\Delta\omega}{2}=c\,\beta\,;\quad \Delta f=\frac{c\,\beta}{\pi}\,.$$

b) Wassersäule mit Probe

Die Probe verschiebt die Resonanzstelle um $\delta f=f_0-f_R$. In der Nähe der Resonanzfrequenz $\omega=\omega_0+d\,\omega$ gilt wiederum für kleine Dämpfung:

$$Z\,v_{2\,l}=\frac{p_{1\,0}}{\pm\beta l\pm i\,d\,\omega\,l/c+i\,\omega\,D/E'\cdot Z/2\cdot(\pm 1+\cos 2\,\omega\,b/c)}\,.$$

Das Pluszeichen gilt für eine gerade Zahl von Druckbäuchen über die Rohrlänge, das Minuszeichen für eine ungerade. Im letzteren Falle ist $b=e$ dem Abstand der Probe von einem Druckbauch; bei gerader Anzahl ist $b=e+\lambda/4$. Es ist dann

$$\frac{1}{2}\left(\pm 1+\cos 2\,\frac{\omega\,b}{c}\right)=\pm\cos^2\frac{\omega\,a}{c}\,.$$

Außerdem ist der komplexe Volumenelastizitätsmodul einzusetzen. Wegen $Z=\varrho\,c$ ist:

$$\frac{i\,\omega\,D\cdot\varrho\,c}{E'(1+i\,\eta)}=\frac{\omega\,D}{c}\cdot\frac{\varrho\,c^2}{E'(1+\eta^2)}\cdot(\eta+i)=C\,(\eta+i)$$

$$Z\,v_{2\,l}=\frac{\pm\,p_{1\,0}}{\beta\,l+\eta\,C\cos^2\frac{\omega\,e}{c}+i\left[d\,\omega\,\frac{l}{c}+C\cos^2\frac{\omega\,e}{c}\right]}\,.$$

Befindet sich die Probe im Druckbauch, so vereinfacht sich der Ausdruck, da $\cos^2\omega\,e/c=1$, so daß man die Resonanzverschiebung einfach ablesen kann:

$$2\,\pi\,\delta f=-(d\,\omega)_{Res}=\omega_0\frac{\varrho\,c^2}{E'(1+\eta^2)}\cdot\frac{V'}{V}\,.$$

Dabei ist, wenn Q der Rohrquerschnitt ist: $V'=D\,Q$ und $V=l\,Q$. Ebenso ergibt sich die Halbwertbreite:

$$\Delta'\omega/2=c\,\beta+\eta\,\delta\omega\,,$$

$$\Delta' f\;\;=\Delta f+2\,\eta\,\delta f\,.$$

Aus den Größen δf (zusammen mit Δf) kann man also die elastischen Konstanten der Probe in einfacher Weise bestimmen:

$$\eta=\frac{\Delta' f-\Delta f}{2\,\delta f}\,,$$

$$E'=\varrho\,c^2\,\frac{f_0\cdot V'}{\delta f\cdot V}\cdot\frac{1}{1+\eta^2}\,.$$

Die Beziehungen sind identisch mit denen für ein Resonanzsystem aus getrennter Masse und Federung abgesehen von einem Zahlenfaktor. Es tritt dort das Volumen $2\,V$ statt V wie hier auf. Dies ist auf die halb so große mittlere potentielle Energiedichte in der Wassersäule zurückzuführen.

Befindet sich die Probe nicht im Druckbauch, so bleibt der Transformationsfaktor $\cos^2\omega\,e/c$ bestehen, und der Ausdruck für E' ändert sich entsprechend, während η unverändert bleibt:

$$E'=\varrho\,c^2\cdot\frac{f_0\cdot V'}{\delta f\,V}\cdot\frac{1}{1+\eta^2}\cdot\frac{1}{\cos^2\omega\,e/c}\,.$$

Im allgemeinen Fall wird die Form der Probe beliebig und nicht eine den Querschnitt des Rohres ausfüllende Schicht sein. Der Einfluß der Probe auf die Resonanzeigenschaften der Flüssigkeitssäule ist so lange unabhängig von der Form und äquivalent einer volumengleichen Schicht, als die mitschwingende Mediummasse der Probe zu vernachlässigen ist. Dies ist dann der Fall, wenn die Eigenfrequenz aus der mitschwingenden Mediummasse und der Federung der Probe genügend hoch liegt.

Die Rohrwandung war bisher als vollkommen starr vorausgesetzt. Im praktischen Fall ist mit einer gewissen Nachgiebigkeit der Wand zu rechnen, welche sich nach KORTEWEG[3]) in

[3]) Vgl. hierzu E. GANITTA, Akust. Z. 5 (1940), H. 2, S. 87.

einer Verkleinerung der Schallgeschwindigkeit und damit der Eigenfrequenz der Wassersäule auswirkt. An Stelle des Volumenelastizitätsmoduls $E = \varrho\, c_0^2$ der Flüssigkeit (Dichte ϱ) setzt man einen korrigierten Wert $\varrho\, c^2$, wobei c die geänderte und leicht zu messende Schallgeschwindigkeit darstellt. Durch Einbringen der Probe wird das Volumen der Flüssigkeitssäule und damit die Federung der Rohrwandung erhöht. Diese Federungszunahme ist bei der Messung weicher Stoffe vernachlässigbar klein, dagegen spielt sie eine gewisse Rolle bei wenig kompressiblen Stoffen. Es ist daher zweckmäßig, für genaue Messungen Rohre großer Wandstärke zu benutzen.

3. Beschreibung der Meßanordnung

Das Meßrohr (Abb. 3) besteht aus einem senkrecht aufgehängten mit Wasser gefüllten Glasrohr von 7—8 mm Wandstärke, einer lichten Weite von 80 mm und einer Länge von etwa 1 m. Es ist am unteren Ende durch eine Membran abgeschlossen, die zur elektromagnetischen Schallerregung dient. Die Schallabnahme erfolgt durch ein Tauchspulmikrophon[4]), dessen Schwingspule mittels eines Schwimmers auf die Wasseroberfläche aufgesetzt wird, so daß es über einen Verstärker und ein Anzeigeinstrument die Schnelle an dieser Stelle mißt. Die für die Erregung erforderliche Wechselspannung wird einem Schwebungssummer entnommen. Die Frequenzänderungen lassen sich nach einem Frequenzdifferenzverfahren messen; die erforderliche Vergleichswechselspannung liefert ein zweiter, sehr frequenzkonstanter Summer, der bei sehr langen Meßreihen außerdem noch durch einen Stimmgabelsummer kontrolliert wird. Die Differenzfrequenz wird in einer Mischröhre erzeugt und mittels eines Relaisfrequenzmessers angezeigt.

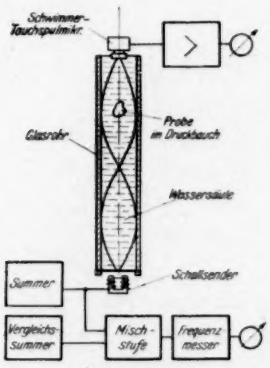

Abb. 3. Meßanordnung

Als Meßfrequenz wurde 1200 Hz gewählt, so daß die Wassersäule im ersten Oberton schwingt. Sie ist sehr wenig gedämpft, die Halbwertbreite beträgt nur 1,5 Hz. Die Größe der Proben wird so gewählt, daß Frequenzverschiebung und Halbwertbreite 100 Hz nicht überschreiten. Es wurde sichergestellt, daß in diesem Frequenzbereich die Dämpfung der Wassersäule (ohne Probe) unverändert blieb; es liegen also keine Eigenfrequenzen der Rohrwandung in diesem Frequenzbereich.

Die Meßanordnung ermöglicht auch die Messung der Temperatur- und Druckabhängigkeit der elastischen Konstanten der Probestoffe, indem man die Temperatur des Wassers ändert bzw. das ganze Rohr in einem Druckkessel unter Luftdruck setzt. Dabei ist darauf zu achten, daß größere Drucke nicht zu lange einwirken, weil sich sonst eine größere Menge Luft in Wasser löst, die beim Entspannen frei wird und die Dämpfung der Wassersäule erhöht.

4. Meßergebnisse[5])

Als Meßbeispiele für die Anwendbarkeit des Verfahrens wurden verschiedene Gummi- und Wachssorten gewählt. Die Proben hatten dabei Volumina von rd. 10—50 cm³. In einer besonderen Meßreihe wurde festgestellt, daß verschieden große Volumina bzw. verschiedene Formen der Proben die gleichen Werte für den E-Modul und den Verlustfaktor ergeben. Folgende Werte wurden bei einer Temperatur von 20° C gefunden.

Tabelle 1

Stoff	E gr cm^{-1} s^{-2}	η
Schallplattenwachs	$0{,}15 \cdot 10^{10}$	0,8
Modellierwachs	$0{,}07 \cdot 10^{10}$	0,2
Radiergummi	$1{,}0 \cdot 10^{10}$	$< 0{,}05$
Bunamischung	$1{,}9 \cdot 10^{10}$	0,03

Für eine bestimmte Bunamischung wurde auch die Druckabhängigkeit im Bereich von 0—10 atü

[4]) Vgl. E. Ganitta, Anm. 2.

[5]) Für den Aufbau der Apparatur und die Ausführung der Messungen haben wir Herrn L. Keidel zu danken. Einen Teil der Messungen hat Herr Dipl.-Ing. K. Schneider ausgeführt.

gemessen. Abb. 4 zeigt, daß in diesem Falle sowohl der E-Modul als auch der Verlustfaktor druckunabhängig sind.

In Abb. 5 ist die Temperaturabhängigkeit des Verlustfaktors für eine Bunasorte mit Lufteinschlüssen angegeben. Es wurde ein solches Stück verwendet, um eine größere Nachgiebigkeit und damit eine größere Meßgenauigkeit zu erzielen; dadurch ist allerdings nicht der reine Volumenelastizitätsmodul wirksam. Der Verlustfaktor nimmt mit wachsender Temperatur ab, ein Ergebnis, das mit älteren statischen Messungen[6]) übereinstimmt. Die Porosität der Probe bewirkt, daß der Verlustfaktor

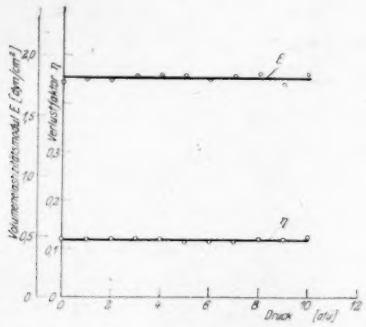

Abb. 4. Druckabhängigkeit des Volumenelastizitätsmoduls und des Verlustfaktors einer Bunamischung

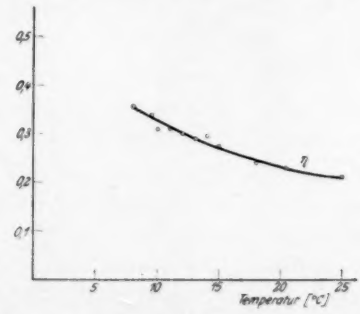

Abb. 5. Temperaturabhängigkeit des Verlustfaktors einer Bunasorte mit Lufteinschlüssen

wesentlich größer ist als der für Buna in der Tabelle angegebene.

Hat man sehr nachgiebige Stoffe, deren Volumen nicht genügend klein gewählt werden kann, so würden sie im Druckbauch eine zu große Resonanzverschiebung hervorrufen. Man wendet dann das im Abschnitt 2 behandelte „Transformationsverfahren" an, d. h. man bringt die Probe in eine solche Entfernung vom Druckbauch, daß die Messung gut auszuführen ist. Für eine Reihe von plastischen Stoffen wurde dieser Versuch ausgeführt. Abb. 6 zeigt ein Meßbeispiel, welches gleichzeitig eine Kontrolle für die theoretische Beziehung darstellt. Die Probe wurde sowohl im Druckbauch als auch außerhalb davon bis fast zum Druckknoten hin gemessen. Die Abszisse in Abb. 6 ist die Entfernung vom Druckbauch, die Ordinate ist der Verlustfaktor bzw. ein Proportionalwert des Volumenelastizitätsmoduls. Man sieht, daß die theoretische Beziehung gut erfüllt ist.

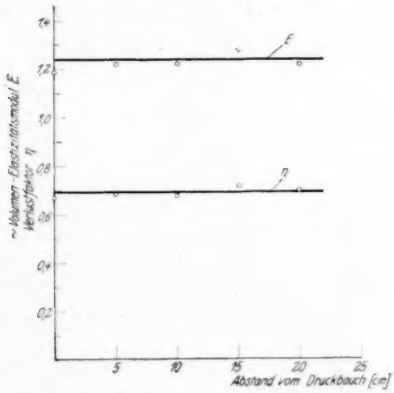

Abb. 6. Messungen von sehr nachgiebigen Stoffen außerhalb des Druckbauches durch Anwendung der Drucktransformation bei verschiedenem Abstand der Meßprobe vom Druckbauch

Die Probe muß beim Eintauchen in die Flüssigkeit vollkommen benetzt werden, d. h. ihre Oberfläche muß hydrophil sein. Ist dies nicht der Fall, so vergrößert die adhärierende Luftschicht die Federung der Probe. Durch längeres Liegen im Wasser löst sich die Luftschicht, so daß man eine allmähliche Verkleinerung der Federung bis auf den der Probe eigenen Wert beobachtet. Man erreicht den Endzustand sofort durch vorhergehendes Eintauchen der Probe in ein sehr wirksames Benetzungsmittel[7]). Besonders fällt der Effekt bei der Messung von Metallen auf, deren Volumenelastizitätsmodul

[6]) I. C. Shedd und Ingersoll, Phys. Rev. 19 (1904), S. 107.

[7]) Auf Vorschlag von Herrn Dr. Patat, I. G. Farbenindustrie, Frankfurt a. M. — Höchst wurde hierfür Igepal in wäßriger Lösung verwendet.

sehr groß ist. An einer Reihe von Metallstücken wurde die Federung der anhaftenden Luftschicht gemessen und hieraus ihr Volumen berechnet. Unter der Annahme einer gleichmäßigen Verteilung über die ganze Oberfläche — eine Annahme, die sicherlich nicht erfüllt ist — erhält man Dicken der Luftschichten von 1—15 μ. Die zugehörigen Verlustfaktoren liegen zwischen 0,2 und 0,1, wobei im allgemeinen die größeren Werte zu den dünneren Luftschichten gehören.

Zum Schluß seien noch einige Messungen an Luftblasen angeführt. Die Federung einer Luftblase ist weit unterhalb ihrer Resonanzfrequenz nur durch den Volumenelastizitätsmodul von Luft (Verhältnis der spezifischen Wärme mal Druck) gegeben. Einige Meßergebnisse sind in Tabelle 2 angegeben; die Luftblasen wurden in einer Drahtschleife gehalten.

Tabelle 2

Luftblasenradius	E (gemessen)	E (berechnet)	η
0,54 mm	$1{,}7 \cdot 10^6$	$1{,}46 \cdot 10^6$	0,05
0,8 mm	$1{,}45 \cdot 10^6$	$1{,}46 \cdot 10^6$	0,045
0,99 mm	$1{,}5 \cdot 10^6$	$1{,}46 \cdot 10^6$	0,04

Die Übereinstimmung zwischen gemessenen und berechneten Werten des Volumen-E-Moduls ist befriedigend, besonders wenn man berücksichtigt, daß die kleinste Luftblase nur 3 Hz Frequenzverschiebung verursacht.

Besonders interessant ist es, das Verhalten einer Luftblase in der Nähe ihrer Resonanzstelle zu verfolgen. Da die Meßfrequenz festliegt, muß die Resonanzfrequenz der Blase verändert werden; dies geschieht durch Verändern des statischen Druckes. Die Federung der Blase steigt bis zur Resonanzfrequenz an und springt dann auf einen negativen Wert, weil dann der Einfluß der mitschwingenden Mediummasse den der Federung übertrifft. Dies bedeutet, daß zunächst die Eigenfrequenz der Wassersäule stark erniedrigt und dann erhöht wird. Zur Messung wurde die Luftblase in einen kleinen nach unten offenen Aluminiumzylinder von 5 mm ⌀ eingebracht. In Abb. 7 stellt die eine Kurve die Frequenzverschiebung δf der Eigenfrequenz der Wassersäule dar, die andere Kurve gibt die Erhöhung der Halbwertbreite (Δf) an. Durch die Art der Halterung sind die

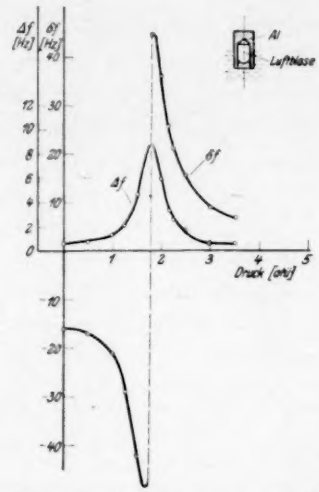

Abb. 7. Resonanzverschiebung und Halbwertbreitenzunahme der Wassersäule durch eine eingebrachte Luftblase, deren Eigenfrequenz durch einen Überdruck geändert wird

Verhältnisse mit einer freien Luftblase nicht zu vergleichen; der Zweck des vorstehenden Experiments war auch nur, das charakteristische Verhalten der Luftblase in der Nähe ihrer Resonanz zu zeigen.

Zusammenfassung

Es wird ein Verfahren beschrieben, den dynamischen Volumenelastizitätsmodul und den Verlustfaktor von elastischen Stoffen mit Hilfe einer in Resonanz erregten Wassersäule zu messen. Die beiden Größen werden aus der Resonanzverschiebung und der Erhöhung der Halbwertbreite beim Einbringen der Materialprobe bestimmt. Theorie und Ausführung des Meßverfahrens wurden eingehend dargestellt. Als Meßbeispiele dienen einige elastische Stoffe, insbesondere Gummi. Als Kontrolle wird die Kompressibilität von Luft bestimmt.

(Eingegangen am 24. Februar 1941.)

Schwingtisch für dynamische Prüfungen im Tonfrequenzbereich *)

Von F. I. Meister

Mitteilung aus der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt

(Mit 6 Textabbildungen)

Für die Untersuchung der Frequenzkurven von Schwingungsmessern mit hoher Eigenfrequenz besteht ein Mangel an geeigneten Schwingtischen, die bis zu sehr hohen Frequenzen sinusförmige Bewegungen erzeugen. Die meisten sog. Schütteltische können keine Schwingungen mit höheren Wechselzahlen als 80 Hz herstellen; die Bewegungsfigur ist oftmals alles andere als sinusförmig, so daß sie für exakte Messungen ausscheiden.

Es muß gefordert werden, daß die Prüfung für Meßgeräte mit hoher Eigenschwingung mindestens bis zum anderthalbfachen der Eigenschwingung des Prüfobjektes ausgedehnt werden kann; der verfügbare Frequenzbereich soll also möglichst groß sein. Es ist selbstverständlich erforderlich, daß bei einem solchen Prüfgerät die Bewegungsfigur bis zu den höchsten Frequenzen rein sinusförmig bleiben muß.

Die äußeren Abmessungen des Tisches brauchen nicht besonders groß zu sein; die zu prüfenden Gegenstände sind meist klein, da die Entwicklung der Instrumente für die Aufzeichnung mechanischer Schwingungen dahin geführt hat, möglichst kleine Meßgeräte zu benutzen[1]). Auch andere Prüflinge wie Uhren, Relais usw. haben kleine äußere Abmessungen.

Im Rahmen der Eich- und Prüfaufgaben der Physikalisch-Technischen Reichsanstalt war schon vor Jahren das Bedürfnis nach einem einwandfreien Prüftisch zur Untersuchung von Schwingungsmessern aller Art entstanden. So erfolgten bis zum Jahre 1938 die Prüfungen von kleinen Beschleunigungsmessern auf einem elektrodynamischen Schwingtisch im Frequenzbereich 5—500 Hz bei allerdings nur sehr kleinen Schwingweiten, die mikroskopisch abgelesen wurden.

Schwingungsmessungen und Prüfungen, die im Auftrage des Reichsverkehrsministeriums durchgeführt wurden, führten im Jahre 1939 zur Entwicklung einer leistungsfähigeren Prüfanlage, die nunmehr ein Jahr in Betrieb ist und gegenüber der alten Meßeinrichtung folgende Vorzüge besitzt:

1. Der normale Arbeitsbereich des Tisches erstreckte sich von 5—1000 Hz. Es können jedoch noch sinusförmige Schwingungen bis zu 10000 Hz hergestellt werden.
2. Für Schwingungen unter 100 Hz kann die Schwingweite bis zu einer Größe von 1 mm gesteigert werden.
3. Die Schwingungen sind rein sinusförmig, so daß auch die zweite und dritte Ableitung des Weges nach der Zeit noch sinusförmigen Verlauf hat.
4. Der Aufbau des Tisches ist so getroffen, daß die Messungen besonders einfach werden. Neben sinusförmiger Beanspruchung kann das Schüttelgut aber auch starken, schlagartigen Stößen mit Beschleunigungen bis zum 50fachen Betrage der Erdbeschleunigung ausgesetzt werden, ohne daß der Aufbau geändert zu werden braucht.
5. Es kann die Bewegung des Tisches jederzeit bis zu den höchsten Frequenzen meßtechnisch verfolgt werden.

*) Nach dem Einreichen dieser Arbeit wurde von H. Köhler[2]) ein gleichfalls elektrodynamisch angetriebener Schwingtisch beschrieben, der sich jedoch im Aufbau und im Arbeitsbereich von dem hier gezeigten Gerät merklich unterscheidet.

[1]) F. J. Meister, Z. Geophys. H. 3/4 (1940), S. 105; Akust. Z. H. 5 (1938), S. 271; O. Hoffmeister, Jb. dtsch. Luftfahrtf. II (1937), S. 283; E. S. Draper und W. Wrigley, J. A. aeron. Sci. 7 (1940), S. 388.

[2]) H. Köhler, Z. techn. Phys. 22 (1941), S. 209.

Zur Erzeugung mechanischer Schwingungen höherer Frequenzen gibt es im wesentlichen drei Verfahren: das piezoelektrische, das elektromagnetische und das elektrodynamische. Piezoelektrische Schwingtische sind in letzter Zeit verschiedentlich gebaut worden[3]). Sie werden zweckmäßig im Bereich sehr hoher Frequenzen benutzt, da sich mit solchen Schwingern nur sehr kleine Amplituden in der Größe der Formänderungen der piezoelektrischen Kristalle erzielen lassen. Bei tieferen Frequenzen ist die notwendige Antriebsspannung für einen solchen Schwinger beträchtlich.

Von den Konstruktionen, die das elektromagnetische Prinzip verwenden, ist bisher nur der von der Reichsbahn gebaute Schwingtisch allgemein bekannt geworden[4]). Die Erzeugung genügend großer Wechselamplituden auf elektromagnetischem Wege erscheint nach den bisherigen Erfahrungen besonders einfach. Infolge des mit veränderlichem Luftspalt nicht mehr linearen Verlaufs der Feldstärke ist eine reine Sinusbewegung leider nur bei relativ kleinen Amplituden möglich. Bei sehr hohen Frequenzen können Magnetostriktionssender[5]) nach den Erfahrungen im Ultraschallgebiet mit gutem Erfolg benutzt werden. Für tiefe Frequenzen sind jedoch bei diesem System die herstellbaren Amplituden, ähnlich wie bei den Piezoschwingern, zu gering.

Das elektrodynamische Prinzip liefert rein sinusförmige Bewegungen in einem weiten Frequenzbereich. Es wurde bisher meist zum Betrieb von Lautsprechern angewandt, doch sind auch Schwingtische bekannt geworden, die durch Spulen angetrieben werden[6]). Bei ihnen hat man das Resonanzprinzip ausgenutzt, um genügend große Amplituden mit kleiner Antriebsleistung zu erzielen. Ein kontinuierlicher Betrieb eines solchen Tisches über einen weiten Frequenzbereich ist aber ohne Auswechslung der Federung oder Masse nicht möglich. Eine wesentliche Verbesserung der Schwingtischleistung läßt sich mit einer entsprechend stabilen Spulenkonstruktion erzielen, wenn die zu bewegende Masse nicht zu groß ist und man auch außerhalb der Resonanz des Schwingers arbeiten kann. Die Treibspule muß zu diesem Zweck eine so hohe Formsteifigkeit erhalten, daß die äußeren erzwungenen Bewegungen immer wesentlich größer bleiben als die Formänderungen in der Spule.

Denkt man sich die Zug-Druck-Kräfte der Antriebsspule in erster Näherung nur in einem wirksamen Querschnitt q der Spule von der Länge l wirkend, und sei E das Elastizitätsmaß des Baustoffes, so können wir die zulässige Dehnung ε als einen Bruchteil p der größten äußeren Bewegung $\mathfrak{A}_m$ der Spule festlegen:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l} = \frac{\mathfrak{A}_m}{p \cdot l} = \frac{\sigma}{E}. \tag{1}$$

Kann die Spule genügend Amperewindungen aufnehmen, so daß eine hinreichend große Erregerkraft zur Verfügung steht, so würde die bei der höchsten Betriebsfrequenz erreichte Amplitude nur noch von der Festigkeit der Spule abhängen. Man wählt daher für die Tragkonstruktion der Spule einen Baustoff hoher Zerreißfestigkeit, z. B. federharte Bronze ($\sigma_z = 8000\ \mathrm{kg/cm^2}$), und setzt die mechanische Zugspannung in der Spule

$$\sigma \leq {}^1/_4\, \sigma_z. \tag{2}$$

Hierfür wird dann die bei der höchsten Frequenz erreichbare Amplitude

$$\mathfrak{A}_m = \frac{p \cdot l}{E} \cdot \frac{\sigma_z}{4}. \tag{3}$$

Für eine Spule mit der Länge und den Konstanten:

$$\begin{aligned} l &= 2\ \mathrm{cm} \\ p &= 10 \\ E &= 1{,}3 \cdot 10^6\ \mathrm{kg/cm^2} \\ \sigma_z &= 8000\ \mathrm{kg/cm^2} \end{aligned}$$

ist beispielsweise $\mathfrak{A}_m = 3{,}08 \cdot 10^{-2}\ \mathrm{cm}$.

Der Frequenzbereich des Tisches wird nach oben durch die Eigenschwingung der Spule begrenzt.

Die von der Spule erzeugte Wechselkraft errechnet sich bekanntlich nach:

$$\tilde{P} = \mathfrak{H}_m \cdot i \cdot s, \tag{4}$$

[3]) B. Baumzweiger, I. A. S. A. Vol. 11 (1940), S. 303; G. v. Békésy, Akust. Z. 1939, S. 365.

[4]) Bernhard und Kammerer, E. Z. 54 (1933), S. 257; Janowsky, Arch. techn. Messen V 132—137.

[5]) G. Schmid und L. Ehret, Z. Elektrochem. 43 (1937), S. 869.

[6]) E. Meyer und A. Böhm, Elektr. Nachr.-Techn. 12 (1935), S. 404.

worin $\mathfrak{H}_m$ die Kraftlinienzahl pro cm² im Luftspalt des Magneten, i die Stromstärke in absoluten Einheiten und s die gesamte Leiterlänge in cm bedeuten.

Nimmt man die Feldstärke im Ringspalt des Magneten zu 10000 Gauß an und berücksichtigt, daß 1 Gauß $= 5/2\pi \frac{\text{Amperewindungen}}{\text{cm}}$ ist, so wird in praktischen Einheiten

$$\tilde{P} = 10{,}2 \cdot 10^{-4} \cdot \tilde{J} \cdot s \qquad \text{(kg)}$$

$\tilde{J}$ gibt den Spulenstrom in Ampere und s die Länge aller Windungen in cm an. Beträgt die gesamte von der Spule zu bewegende Masse 1 kg und soll der Schwingtisch eine Beschleunigung vom 10fachen Betrag der Erdschwere erzeugen, so wird bei einem Spulenstrom von 30 Ampere die gesamte Windungslänge 330 cm groß. Diese Leiterlänge läßt sich für einen Spulendurchmesser von 10 cm in 10,5 Windungen unterbringen; die Baulänge der Spule wird dann 2 cm nicht überschreiten.

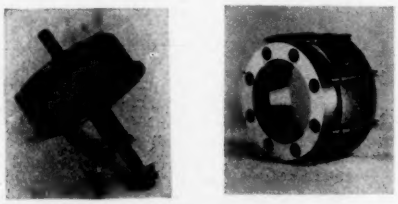

Abb. 1. Konstruktionsformen von Treibspulen zur Erzeugung großer dynamischer Leistungen
Der Wechselstrom wird über einen aufschraubbaren Ring den isoliert durch die Windungen geführten Bolzen und damit der untersten Windung zugeführt; das andere Ende der Spule liegt an Erde

Auf Grund der vorangegangenen Überlegungen wurde eine besondere Konstruktionsform der Treibspule entwickelt. Zwei Ausführungen, die im praktischen Betrieb erprobt wurden, sind in der Abb. 1 wiedergegeben. Die Spule wird aus einem zylindrischen Messingkörper gedreht; die einzelnen Windungen sind durch Zwischenlagen voneinander isoliert, mehrere durch die Windungen geführte isolierte Bolzen hoher Zugfestigkeit geben dem Antriebssystem die erforderliche Starre. Faßt man die Bolzen als das tragende Element der Spule auf, so läßt sich der wirksame Querschnitt q der Summe aller Bolzen bei gegebener Spulenlänge l leicht errechnen. Den Faktor p wählt man so groß, daß bei der höchsten Betriebsfrequenz die äußere Bewegung wesentlich größer als die Spulenstreckung bleibt, was durch hohe Zugfestigkeit der Bolzen erreicht wird. In der endgültigen nunmehr benutzten Form enthält die Treibspule 8 Verstärkungsbolzen. Die Spule wird ohne Zwischenstück unmittelbar auf den Schwingkäfig geschraubt.

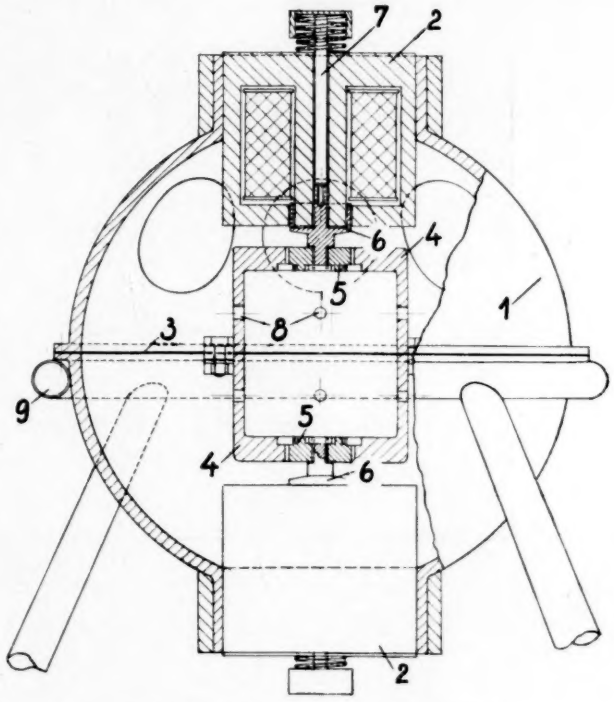

Abb. 2. Schnitt durch den Schwingtisch

1. Leichtmetallgehäuse,
2. Magnettöpfe,
3. Membran,
4. Leichtmetallhülse,
5. Einsatzstück mit Gewinde (innen und außen),
6. Schwingspule,
7. Führungs- und Justierstange (in die Spulenführung einschraubbar, mit Endkappe und Spiralfeder),
8. Gewindelöcher $^5/_8$″-Schrauben in Gewindeaugen (4 Stück in der oberen Hülse und 4 Stück in der unteren Hülse),
9. Traggestell aus Stahlrohren

Der Aufbau des Schwingtisches erfolgt nun in der Art, wie die Konstruktionsskizze Abb. 2 erläutert. Ein aus Leichtmetall angefertigter Einspannkäfig trägt zwei Schwingspulen, die in die Ringspalte von Topfmagneten mit großer Feldstärke eintauchen. Beide Spulen können zum Antrieb benutzt werden. Zweckmäßig dient jedoch die eine Spule als Geschwindigkeitsanzeiger und ermöglicht so eine Kontrolle über die Schwingerbewegung.

Der Schwinger wird in der Symmetrieebene durch eine Membran und an den beiden Spulen durch je einen Führungsstift gehalten, so daß der Käfig nur einachsige Bewegungen ausführen kann. In den Käfig werden die Prüflinge mittels starker Schrauben fest eingespannt.

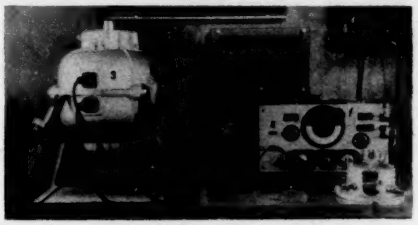

Abb. 3. Schwingtisch mit Antriebs- und Anzeigegerät
1. Tonfrequenzsummer mit gut sinusförmiger Spannung,
2. 200 Watt-Verstärker, 3. Schwingtisch, 4. Anzeigegerät,
5. Einspannkäfig mit Schwingspule (Ersatzteil)

Das Ganze ist in einem Kugelgehäuse untergebracht, das abgefedert auf einem Rohrgestell liegt. Wenn ohne Anzeigespule gearbeitet werden kann (z. B. bei gewöhnlichen Serienmessungen, wo man die Prüflinge schnell auswechseln will), so benutzt man nur die eine Halbkugel mit der zugehörigen Spule und dem halben Käfig. Membrane und Käfig werden dann durch einen Ringflansch miteinander verbunden. Durch einen gleichartigen größeren Ringflansch klemmt man die Membrane in der Schnittebene der Kugel fest.

Um die statische Senkung der Membrane beim Belasten des Käfigs mit dem Prüfling auszugleichen, sind durch Bohrungen in den Kernen der Topfmagnete Stäbe in die Spulenführungen eingeschraubt. Über diese kann eine

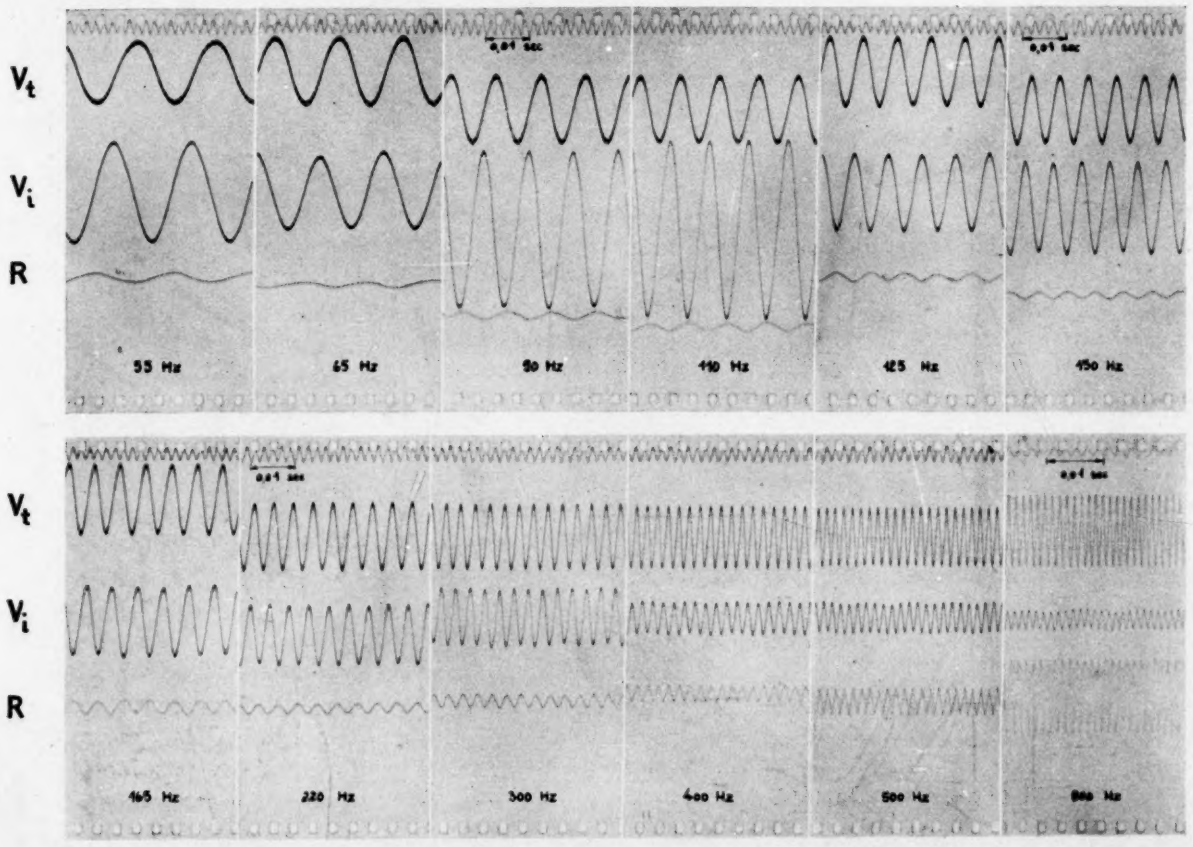

Abb. 4. Aufnahmen der Bewegungsfigur des Schwingtisches bei sinusförmiger Treibspannung für Frequenzen im Bereich 40 bis 800 Hz

V_t Strom in der Treibspule; V_i durch die Bewegung des Käfigs induzierter Strom in der Meßspule; R dritter Differentialquotient der Bewegung (Ruck). Die schwachen tieffrequenten Schwankungen in der Geschwindigkeitsanzeige rühren von der Bodenunruhe des Standortes her

einstellbare Federkraft von Federdosen auf den Käfig ausgeübt werden, so daß sich die Nullage der Membranführung verschieben läßt. Durch Schläge auf die Federdosen lassen sich auch Stoßbeanspruchungen auf den Käfig geben, jedoch ist es vorteilhafter, Stromstöße mit rechteckigem Spannungsverlauf durch die Treibspule zu schicken.

Abb. 3 bringt die äußere Ansicht der ganzen Apparatur[7]). Ein Tonfrequenzsummer mit angeschlossenem 200-Watt-Verstärker liefert genügend sinusförmige Spannungen, die über einen Anpassungstransformator auf die Treibspule gegeben werden, die bis zu 30 Ampere belastbar ist. Für die Aufnahme von Frequenzkurven leichter Schwingungsmesser genügen meistens geringere Stromstärken. Infolge der guten Wärmeableitung steigt die Temperatur der Treibspule bei Belastungen bis zu 30 Ampere nicht über 40° C, so daß mit dem Schwinger auch Dauerversuche gemacht werden könnne.

Die Schwingungsform des Tisches bleibt im Gebiet der Tonfrequenzen sinusförmig, sogar der dritte Differentialquotient der Schwingung hat sinusförmigen Verlauf, was aus oszillographischen Aufnahmen bei verschiedenen Frequenzen hervorgeht. Diese harte Forderung muß gestellt werden, um die Frequenzkurven von Schwingungsmessern mit hoher Eigenfrequenz aufnehmen zu können. In den Oszillogrammen der Abb. 4 wurde von der ersten Schleife der Verlauf des Verstärkerstromes in der Antriebsspule von der zweiten Schleife die von der Bewegung induzierte Spannung der Meßspule aufgeschrieben, während die untere Schleife den dritten Differentialquotient des Schwingweges aufzeichnete. Die Bedingung, daß auch der dritte Differentialquotient[8]) des Bewegungsverlaufs noch sinusförmig bleiben muß, kann also durchaus erfüllt werden. Nunmehr lassen sich Frequenzkurven von Beschleunigungs- und Ruckmessern einwandfrei nachprüfen.

Abb. 5 bringt eine mit dem Prüfgerät aufgenommene Frequenzkurve eines Kohlebe-

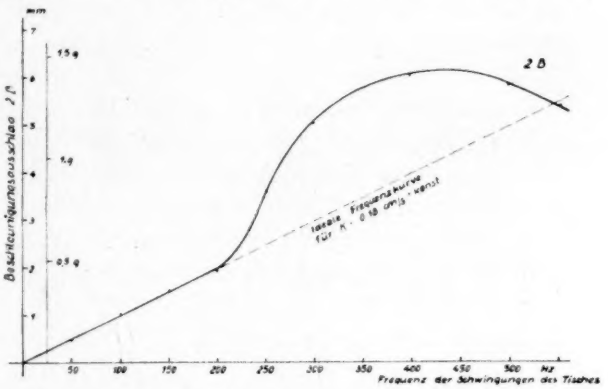

Abb. 5. Prüfung eines Beschleunigungsmessers mit konstanter Schwingungsgeschwindigkeit ($k = a \cdot \omega$)

$$2\,B = 2\,a \cdot \omega^2 = \frac{2\,k}{\omega} \cdot \omega^2 = k \cdot \omega\,.$$

(Verstärkerstrom in Spule I so nachgeregelt, daß induz. Strom in Spule II konstant bleibt)

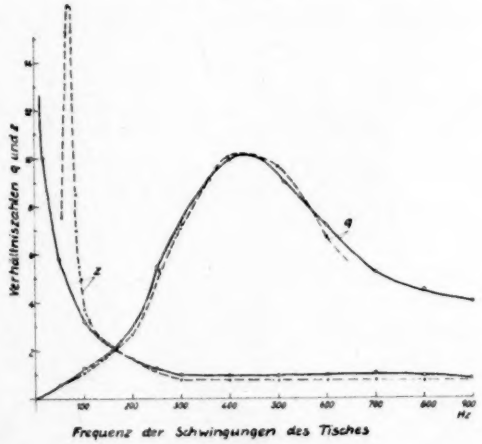

Abb. 6. Frequenzkurve eines flüssigkeitsgedämpften Kohle-Beschleunigungsmessers

als Verhältniswert $q = \dfrac{\text{Beschleunigung}}{z}$,

Verhältniszahl $z = \dfrac{\text{Spannung der Meßspule}}{\text{Spannung der Treibspule}}$

——— gemessen bei weicher Membranführung (1 Messingmembran),

------ gemessen bei steifer Membranführung (4 Stahlmembranen)

schleunigungsmessers. Der Käfig schwang bei der Aufnahme mit konstanter Schwingungsgeschwindigkeit, d. h. der Verstärker wurde so nachgeregelt, daß die Meßspule für alle Fre-

[7]) Das Gerät wurde in den Berliner Physikalischen Werkstätten im Auftrage der PTR angefertigt.

[8]) Die Messung des dritten Differentialquotienten erfolgte mittels eines induktiven Gebers der Firma Siemens & Halske, der eine hohe Eigenfrequenz besaß.

quenzen den gleichen Ausschlag gab. Der Beschleunigungsmesser muß dann je nach der Dämpfung bis zu einer bestimmten Grenzfrequenz eine proportional mit der Frequenz ansteigende Spannung liefern. Diese Bedingung ist, wie man aus der Kurve ersieht, bei dem Meßkörper erfüllt. Die Grenzfrequenz liegt bei dem Gerät bei 200 Hz. Von 200 Hz ab macht sich die Vergrößerung der Anzeige durch die Resonanz bemerkbar. Aus dem Kurvenverlauf lassen sich alle wichtigen Daten wie Dämpfung und Eigenfrequenz entnehmen. Der Verlauf der Resonanzvergrößerung des Schwingtisches selbst kann durch Bildung des Quotienten aus induzierter Spannung der Meßspule und Spannung der Treibspule dargestellt werden, wie dies in Abb. 6 geschehen ist. Je nach der Steifheit der benutzten Führungsmembran verschiebt sich der Resonanzbereich des Schwingtisches von 5—70 Hz. Oberhalb 300 Hz bleibt die Amplitude naturgemäß klein, doch genügt ihre Größe, um die Schwingungseigenschaften der verschiedenen Prüflinge im Frequenzbereich 5—1000 Hz zu erfassen. So kann z. B. eine Prüfung auf Linearität der Beschleunigungsanzeige eines Meßgerätes dadurch vorgenommen werden, daß man die Frequenzkurve einmal mit sehr kleiner Schwingungsgeschwindigkeit und einmal mit relativ großer Schwingungsgeschwindigkeit aufnimmt. Ein linearer Geber muß, wenn die Reduktion der Ausschläge auf Werte konstanter Schwingungsgeschwindigkeit etwa in der Weise vorgenomwird, wie hier in dem Diagramm der Abb. 6 geschehen ist, jeweils die gleiche Frequenzabhängigkeit ergeben. Die Prüfung wurde in diesem Falle an einem neuen gedämpften Kohlebeschleunigungsmesser vollzogen.

(Eingegangen am 29. August 1941.)

Zur gegenseitigen Überlagerung ungedämpfter ebener Gaswellen großer Schwingungsweite

Von H. Pfriem VDI

Deutsche Versuchsanstalt für Luftfahrt, E. V., Institut für motorische Arbeitsverfahren und Thermodynamik

(Mit 1 Textabbildung)

Übersicht

Die gegenseitige Überlagerung von Gaswellen großer Schwingungsweite ist infolge der nichtlinearen Zusammenhänge mathematisch sehr verwickelt. Für viele technisch wichtige Fragen sind aber gerade die Abweichungen gegenüber den geläufigen Gesetzen der Akustik von Bedeutung. Nachstehend wird daher an Hand physikalisch anschaulicher Vorstellungen der Vorgang der Überlagerung zweier sich begegnender ungedämpfter, ebener Druckwellen in idealen Gasen für Sonderfälle von technischer Bedeutung verfolgt.

I. Einführung

Druckwellen großer Schwingungsweite in begrenzten Gasräumen haben in der Technik wachsende Bedeutung. An irgendeiner Stelle eines Gasraumes einmal ausgelöste Druckwellen werden an den Begrenzungswänden reflektiert und überlagern sich gegenseitig. Die Vorgänge bei dieser Überlagerung von Druckwellen sind infolge der nichtlinearen Abhängigkeiten wenig übersichtlich. Eine allgemeine Behandlung von räumlichen Problemen bietet nur geringe Aussicht auf Erfolg. Die folgenden Überlegungen sollen daher auf ebene

und ungedämpfte Druckfelder, insbesondere also auf die Überlagerung zweier sich begegnender Druckwellen beschränkt werden. Diese Aufgabe wurde zwar schon von RIEMANN[1]) gelöst; seine Entwicklungen sind jedoch infolge ihrer allgemeinen Form wenig anschaulich und werden deshalb technisch auch kaum angewendet.

In der vorliegenden Arbeit werden zugunsten einer mathematisch einfacheren Darstellung noch weitere Beschränkungen vorgenommen. Zunächst werden nur Zustandsfelder in vollkommenen Gasen betrachtet. Ferner werden nur Lösungen für solche Gase bzw. Gasgemische entwickelt, die bei adiabatischer Zustandsänderung einen unveränderlichen Exponenten $\varkappa = 5/3,\ 7/5,\ 9/7\ \ldots$ aufweisen. Dadurch werden also jeweils nur Druckwellen in ein-, zwei- oder mehratomigen vollkommenen Gasen betrachtet; Gemische von diesen sind dagegen im allgemeinen ausgeschlossen. Da die Vorgänge in derartigen Gemischen von Gasen verschiedener Atomzahl aber grundsätzlich ähnlich verlaufen wie in reinen Gasen, bedeutet dies praktisch keine wesentliche Einschränkung. Im Gegensatz zu den mehr formalen Entwicklungen RIEMANNS soll hier möglichst die anschaulichere physikalische Betrachtungsweise zugrunde gelegt werden, wobei allerdings infolge der verwickelten Zusammenhänge eine völlige Beschränkung auf diese allein nicht möglich ist.

Bei allen früheren Überlegungen erwies sich die Vorstellung von Elementarwellen, die den aus der Akustik geläufigen Gesetzen kleinster Druckwellen (Schallwellen) gehorchen, als sehr fruchtbar. Denkt man sich nämlich eine einzelne Druckwelle beliebiger Schwingungsweite aus sehr vielen kleinsten Druckwellen — den Elementarwellen — derart aufgebaut, daß jede folgende Elementarwelle in der von den jeweils vorausgehenden Elementarwellen erzeugten, neuen Atmosphäre läuft (s. Abb. 1), so gelten für jede dieser kleinsten Elementarwellen die von der Akustik entwickelten Gesetzmäßigkeiten.

Bei einer einzelnen Druckwelle großer Schwingungsweite, die beispielsweise in einer ursprünglich homogenen Gasatmosphäre läuft, findet jede Elementarwelle auf ihrem Weg in allen Raumpunkten stets die gleichen Zustände der Gasteilchen vor und schreitet so mit unveränderlicher Geschwindigkeit fort (s. Abb. 1). Daher kann in jedem Augenblick leicht ihre genaue Lage im Gasraum und damit auch die gesamte zeitveränderliche Form einer beliebig großen Druckwelle bestimmt werden[2]).

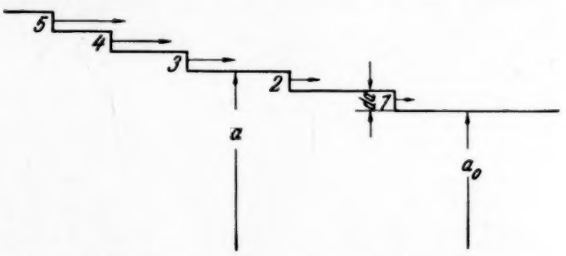

Abb. 1. Darstellung einer fortschreitenden Druckwelle großer Schwingungsweite in homogener Atmosphäre durch Elementarwellen im Schallzustandsfeld (die Abbildung ist als sehr starke Vergrößerung vorzustellen)

Bei der Überlagerung zweier stetiger Druckwellen sind dagegen im allgemeinen die Gaszustände vor jeder Elementarwelle von einem Raumpunkt zum anderen verschieden. In einer früheren Arbeit des Verfassers[3]) wurde durch Verfolgung einer bestimmten Elementarwelle auf ihrem Weg erkannt, daß diese bei der Überlagerung im Schallzustandsfeld an sich ungestört bleibt und lediglich entsprechend den von Punkt zu Punkt verschiedenen Gaszuständen mit zeitveränderlicher Geschwindigkeit fortschreitet. In jedem Raumpunkt ist dabei ihre absolute Fortpflanzungsgeschwindig-

[1]) B. RIEMANN, Über die Fortpflanzung ebener Luftwellen von endlicher Schwingungsweite. Nachr. Ges. Wiss. Göttingen 8 (1860); Ges. Werke 2. Aufl. (1892), S. 43/65.

Vgl. auch: K. BECHERT, Zur Theorie ebener Störungen in reibungsfreien Gasen. Ann. Phys. 5. Folge, 37 (1940), S. 89/123, und Bd. 38 (1940), S. 1—25.

[2]) Vgl. H. PFRIEM, Die ebene ungedämpfte Druckwelle großer Schwingungsweite. Forsch. Ing.-Wes. 12 (1941), S. 51—64; hier noch weiteres Schrifttum über Druckwellen großer Schwingungsweite.

[3]) H. PFRIEM, Reflexionsgesetze für Druckwellen großer Schwingungsweite. Forsch. Ing.-Wes. 12 (1941), H. 5, S. 244—256.

keit, ganz entsprechend den Gesetzen der Akustik, gleich der Summe (bzw. Differenz) aus dem resultierenden Schallzustand (Schallgeschwindigkeit) und der tatsächlichen Eigengeschwindigkeit der Gasteilchen in diesem Raumpunkt. Der resultierende Schallzustand eines Gasteilchens ergibt sich dabei als Summe aus dem ursprünglichen Schallzustand der ungestörten Atmosphäre und den Änderungen infolge der beiden sich überlagernden Wellenteile (Elementarwellen). Entsprechend erhält man die tatsächliche Eigengeschwindigkeit der Gasteilchen als Summe aus ihrer ursprünglichen Eigengeschwindigkeit in der ungestörten Atmosphäre und den Änderungen in den beiden sich überlagernden Wellenteilen (Elementarwellen).

Infolge der örtlich veränderlichen Gaszustände, die eine beliebige Elementarwelle von einer der beiden sich begegnenden Druckwellen bei der gegenseitigen Überlagerung auf ihrem Weg vorfindet, kann ihre jeweilige Lage in einem bestimmten Zeitpunkt nicht ohne weiteres angegeben werden; daher kann auch die Form der resultierenden Druckwelle unmittelbar nicht bestimmt werden. Nachdem aber mit den vorstehenden Überlegungen die Fortpflanzungsgeschwindigkeit jeder Elementarwelle durch den Schall- und Bewegungszustand jedes Gasteilchens, das sie auf ihrem Weg antrifft, bestimmt ist, besteht nur noch die Frage, wann und wo sich zwei bestimmte Elementarwellen der übereinanderlaufenden Druckwellen treffen. Diese Frage soll mit den folgenden Betrachtungen für die schon genannten Sonderfälle in verhältnismäßig einfacher Weise beantwortet werden.

II. Mathematische Grundlagen

1. Die Differentialgleichungen

Kennzeichnet man die Eigenschaften der ungestörten Atmosphäre durch den Zeiger 0, die der beiden sich begegnenden Druckwellen vor der gegenseitigen Überlagerung durch die Zeiger 1 und 2, sowie die Zustände der resultierenden Druckwelle ohne Zeiger, so müssen also für jedes Gasteilchen der resultierenden Welle zunächst die beiden folgenden Beziehungen gelten[3]):

$$(1)\quad a = a_0 + (a_1 - a_0) + (a_2 - a_0) = a_1 + a_2 - a_0\,;$$

$$(2)\quad u = u_0 + (u_1 - u_0) + (u_2 - u_0) = u_1 + u_2 - u_0\,.$$

Dabei bedeuten:

u (m/sec) die Eigengeschwindigkeit eines Gasteilchens,

a (m/sec) den Schallzustand des Gases in einem Gasteilchen.

Beide Gleichungen liefern — was selbstverständlich der Fall sein muß — für eine einzelne Druckwelle in der vorgegebenen Atmosphäre, d. h. also für $a_1 = a_0$ oder $a_2 = a_0$ bzw. $u_1 = u_0$ oder $u_2 = u_0$, als resultierende Zustände die der betreffenden, einzeln laufenden Druckwelle.

Für jedes Gasteilchen in einer einzelnen ungedämpften, in Richtung positiver Teilchengeschwindigkeit fortschreitenden ebenen Druckwelle besteht ferner die nachstehende Abhängigkeit zwischen Schallzustand und Eigengeschwindigkeit[2]):

$$(3)\qquad u_1 - u_0 = \frac{2}{\varkappa - 1}\,(a_1 - a_0)\,,$$

wenn $\varkappa = c_p/c_v$ das Verhältnis der spezifischen Wärmen des Gases bei unveränderlichem Druck (c_p) bzw. Raum (c_v) ist.

Entsprechend erhält man für eine einzelne Druckwelle mit entgegengesetzter Fortpflanzungsrichtung[2]):

$$(4)\qquad u_2 - u_0 = -\frac{2}{\varkappa - 1}\,(a_2 - a_0)\,.$$

Setzt man die Gl. 3 und 4 in Gl. 2 ein, so findet man die bei der Überlagerung zweier sich begegnender Druckwellen resultierende Eigengeschwindigkeit u eines Gasteilchens in Abhängigkeit von den Schallzuständen der beiden sich überlagernden Wellenteile.

$$(5)\qquad u = u_0 + \frac{2}{\varkappa - 1}\,(a_1 - a_2)\,.$$

Für eine einzelne Druckwelle in der vorgegebenen Atmosphäre erhält man hieraus mit $a_1 = a_0$ bzw. $a_2 = a_0$ die Gl. 4 bzw. 3, die je für eine in negativer oder positiver Richtung laufende Einzelwelle gelten.

Betrachtet man zwei Elementarwellen, die in den beiden ursprünglichen und einzeln laufenden Druckwellen durch die Schallzustände

a_1 und a_2 eindeutig bestimmt sind, so liefern diese bei der gegenseitigen Überlagerung im Augenblick und im Ort ihrer Begegnung nach Gl. 1 den resultierenden Schallzustand a und nach Gl. 5 die resultierende Eigengeschwindigkeit u für alle Gasteilchen, die sich gerade in ihrem Treffpunkt befinden. Die Elementarwelle a_1 besitzt daher in diesem Zeitpunkt die absolute Fortpflanzungsgeschwindigkeit

$$+(a+u)=\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}a_1-\frac{3-\varkappa}{\varkappa-1}a_2-a_0,$$

während die Elementarwelle a_2 mit der absoluten Geschwindigkeit

$$-(a-u)=-\left(\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}a_2-\frac{3-\varkappa}{\varkappa-1}a_1-a_0\right)$$

fortschreitet.

Nach Voraussetzung sollen nur dämpfungsfreie Druckwellen betrachtet werden; jedes Gasteilchen erfährt daher nur verlustfreie, adiabatische Zustandsänderungen. Auf Grund des Satzes von der Erhaltung der Energie ergeben sich daher in Verbindung mit der Zustandsgleichung[2]) vollkommener Gase die bekannten Beziehungen für die verlustfreie Adiabate:

$$(6)\qquad \frac{P}{P_0}=\left(\frac{v_0}{v}\right)^{\varkappa}=\left(\frac{T}{T_0}\right)^{\frac{\varkappa}{\varkappa-1}}=\left(\frac{a}{a_0}\right)^{\frac{2\varkappa}{\varkappa-1}},$$

wenn bedeuten:

P (kg/m²) den Gasdruck,
T (°K) die absolute Gastemperatur und
v (m³/kg) das spezifische Volumen des Gases im betrachteten Gasteilchen.

An Hand der Gl. 1, 5, und 6 sind also zunächst alle resultierenden Zustände eines beliebigen Gasteilchens im Treffpunkt zweier bestimmter Elementarwellen aus deren Schallzuständen a_1 und a_2 berechenbar. Kennt man daher in jedem Augenblick die örtliche Lage der verschiedenen Elementarwellen, so ist damit auch das gesamte Überlagerungsfeld bekannt. Die Beantwortung der Frage nach dem „Wann" und „Wo" des Zusammentreffens zweier Elementarwellen, d. h. also zweier bestimmter Wellenteile der beiden sich begegnenden Druckwellen ist daher entscheidend für die zuverlässige Bestimmung der resultierenden Wellenform.

Die resultierenden Zustände eines jeden Gasteilchens müssen nun aber der Eulerschen Differentialgleichung und der Kontinuitätsbedingung für ebene, verlust- und quellfreie Strömungen genügen. Es muß also in den üblichen Raumpunktkoordinaten (Eulerschen Koordinaten) sein[2]):

$$(7)\qquad \frac{\partial u}{\partial \tau}+u\frac{\partial u}{\partial x}=-\frac{2}{\varkappa-1}a\frac{\partial a}{\partial x},$$

$$(8)\qquad \frac{\partial a}{\partial \tau}+u\frac{\partial a}{\partial x}=-\frac{\varkappa-1}{2}a\frac{\partial u}{\partial x}.$$

Hierin bedeuten:

τ (sec) die Zeit und
x (m) die Orts-Koordinate eines Raumpunktes.

Diese beiden simultanen Differentialgleichungen erster Ordnung und zweiten Grades beschreiben völlig beliebige verlustfreie und ebene Zustandsfelder in einem vollkommenen Gas.

Nachstehend sollen die Entwicklungen nur auf Zustandsfelder in ursprünglich homogener Atmosphäre beschränkt werden; daher stellen alle durch den Zeiger Null gekennzeichneten Gaszustände zeitlich und örtlich unveränderliche Größen dar. Setzt man die Gl. 1 und 5 mit dieser Voraussetzung in die Differentialgleichungen 8 und 7 ein, so erhält man an ihrer Stelle zunächst die folgenden Beziehungen:

$$(9)\qquad \begin{aligned}\frac{\partial(a_1-a_2)}{\partial\tau}+u\frac{\partial(a_1-a_2)}{\partial x}&=-a\frac{\partial(a_1+a_2)}{\partial x}\\ \frac{\partial(a_1+a_2)}{\partial\tau}+u\frac{\partial(a_1+a_2)}{\partial x}&=-a\frac{\partial(a_1-a_2)}{\partial x}.\end{aligned}$$

Durch Addition und Subtraktion dieser beiden Differentialgleichungen findet man schließlich:

$$(10)\qquad \frac{\partial a_1}{\partial\tau}+(a+u)\frac{\partial a_1}{\partial x}=0,$$

$$(11)\qquad \frac{\partial a_2}{\partial\tau}-(a-u)\frac{\partial a_2}{\partial x}=0.$$

Aus diesen Differentialgleichungen 10 und 11 ergibt sich unmittelbar, daß jede Elementarwelle von einer der beiden sich überlagernden Druckwellen mit dem ursprünglichen Schallzustand a_1 (bzw. a_2) jederzeit absolut im Raum mit der Summe (bzw. Differenz) aus der resultierenden Schallgeschwindigkeit a und der resultierenden Teilchengeschwindigkeit u in positiver (bzw. negativer) Richtung fortschreitet. Damit sind die bisherigen Überlegungen[3]) von der gegenseitigen Überlagerung

und damit auch der Reflexion von Druckwellen großer Schwingungsweite mathematisch bestätigt. Nun besteht vor allem die Aufgabe, geeignete Lösungen für diese beiden simultanen Differentialgleichungen erster Ordnung und zweiten Grades zu entwickeln. Dadurch wird dann die Berechnung des Augenblickes und Ortes der Begegnung zweier beliebiger Teile (Elementarwellen) der beiden Druckwellen ermöglicht.

2. *Der Weg zur Lösung*

Zur Bestimmung von allgemeinen Lösungen der beiden Differentialgleichungen 10 und 11 soll zunächst der schon von RIEMANN[1]) angegebene Weg eingeschlagen werden. Die Gl. 10 und 11 kann man danach auch in folgender Form schreiben:

$$da_1 = \frac{\partial a_1}{\partial x}[dx - (a+u)\,d\tau],$$

$$da_2 = \frac{\partial a_2}{\partial x}[dx + (a-u)\,d\tau].$$

Führt man hierin a_1 und a_2 anstatt x und τ als unabhängige Veränderliche ein, so ergibt sich an Stelle dieser simultanen Differentialgleichungen erster Ordnung und zweiten Grades schließlich eine lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung mit veränderlichen Koeffizienten; man setzt zu diesem Zweck zunächst:

$$(12)\quad da_1 = \frac{\partial a_1}{\partial x}\{d[x-(a+u)\tau] + \tau\,d(u+a)\},$$

$$(13)\quad da_2 = \frac{a_2}{x}\{d[x+(a-u)\tau] - \tau\,d(a-u)\}.$$

Hierin kann man noch die Differentiale $d(a+u)$ und $d(a-u)$ an Hand der Gl. 1 und 5 in folgender Weise ersetzen:

$$d(a+u) = d\left[(a_1+a_2) + \frac{2}{x-1}(a_1-a_2)\right] = \frac{x+1}{x-1}da_1 - \frac{3-x}{x-1}da_2,$$

$$d(a-u) = d\left[(a_1+a_2) - \frac{2}{x-1}(a_1-a_2)\right] = \frac{x+1}{x-1}da_2 - \frac{3-x}{x-1}da_1.$$

Betrachtet man nun a_1 und a_2 als unabhängige Veränderliche, so erhält man zunächst für $a_1 = \text{konst.}$ nach Gl. 12:

$$(14)\quad \frac{\partial[x-(a+u)\tau]}{-\partial a_2} = -\frac{3-x}{x-1}\tau$$

und für $a_2 = \text{konst.}$ nach Gl. 13:

$$(15)\quad \frac{\partial[x+(a-u)\tau]}{+\partial a_1} = -\frac{3-x}{x-1}\tau.$$

Aus der Gleichheit dieser partiellen Änderungen folgt die Existenz eines vollständigen Differentials von der Form:

$$[x-(a+u)\tau]\,da_1 - [x+(a-u)\tau]\,da_2 = dz,$$

wobei z (m^2/sec) das entsprechende Integral darstellt; es ist also:

$$(16)\quad \frac{\partial z}{\partial a_1} = x-(a+u)\tau = x - \left(\frac{x+1}{x-1}a_1 - \frac{3-x}{x-1}a_2 - a_0 + u_0\right)\tau;$$

$$(17)\quad \frac{\partial z}{\partial a_2} = -[x+(a-u)\tau] = -\left[x + \left(\frac{x+1}{x-1}a_2 - \frac{3-x}{x-1}a_1 - a_0 - u_0\right)\tau\right];$$

$$(18)\quad \frac{\partial^2 z}{\partial a_1\,\partial a_2} = \frac{3-x}{x-1}\tau.$$

Ersetzt man in Gl. 18 noch die Zeit τ mit Hilfe der Gl. 16 und 17, so findet man schließlich die Beziehung:

$$(19)\quad (a_1+a_2-a_0)\frac{\partial^2 z}{\partial a_1\,\partial a_2} + \frac{3-x}{2(x-1)}\left[\frac{\partial z}{\partial a_1} + \frac{\partial z}{\partial a_2}\right] = 0.$$

Dies ist die gesuchte, lineare partielle Differentialgleichung zweiter Ordnung für z mit den Schallzuständen a_1 und a_2 der beiden sich überlagernden Druckwellen als unabhängigen Veränderlichen. Kennt man eine Lösung dieser Differentialgleichung 19, so findet man an Hand der Gl. 16 und 17 in Verbindung mit den Gl. 1, 5 und 6 ohne weiteres auch die zeitliche und örtliche Abhängigkeit des gesamten Feldes.

3. *Die Lösung*

Eine für technische Zwecke sehr verwickelte allgemeine Lösung dieser Differentialgleichung hat schon RIEMANN[1]) angegeben. Nachstehend werden jedoch nur Sonderfälle für bestimmte Werte von $\varkappa$ betrachtet. Es soll allgemein gelten:

$$\frac{3-x}{2(x-1)} = n \quad \text{oder} \quad x = \frac{2n+3}{2n+1},$$

wenn n eine beliebige ganze Zahl darstellt. Für $n = 1;\ 2;\ 3;\ \ldots$ ergibt sich also $\varkappa = 5/3,\ 7/5,\ 9/7,\ \ldots$; dies sind die technisch wichtigsten Werte von $\varkappa$ für ein-, zwei- und mehratomige

Gase. Die Differentialgleichung 19 lautet dann für diese Sonderfälle:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial a_1 \partial a_2} + \frac{n}{a}\left[\frac{\partial z}{\partial a_1} + \frac{\partial z}{\partial a_2}\right] = 0\,. \tag{20}$$

Die allgemeine Lösung dieser linearen Differentialgleichung zweiter Ordnung ist bekannt[4]) und lautet:

$$z = \frac{\partial^{2n-2}}{\partial a_1^{n-1}\,\partial a_2^{n-1}}\left[\frac{F(a_1)+G(a_2)}{a}\right], \tag{21}$$

wobei $F(a_1)$ bzw. $G(a_2)$ noch willkürliche Funktionen von a_1 bzw. a_2 sind. Damit erhält man an Hand der Gl. 16 und 17 in Verbindung mit den Gl. 1, 5 und 6 die gesuchte örtliche und zeitliche Abhängigkeit des gesamten Zustandsfeldes in der Form:

$$x - \left(\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}a_1 - \frac{3-\varkappa}{\varkappa-1}a_2 - a_0 + u_0\right)\tau = \frac{\partial^{2n-1}}{\partial a_1^n\,\partial a_2^{n-1}}\left[\frac{F(a_1)+G(a_2)}{a_1+a_2-a_0}\right], \tag{22}$$

$$x + \left(\frac{\varkappa+1}{\varkappa-1}a_2 - \frac{3-\varkappa}{\varkappa-1}a_1 - a_0 - u_0\right)\tau = -\frac{\partial^{2n-1}}{\partial a_1^{n-1}\,\partial a_2^n}\left[\frac{F(a_1)+G(a_2)}{a_1+a_2-a_0}\right]. \tag{23}$$

Die Gl. 22 stellt die Form einer einzelnen, in positiver Richtung der Ortskoordinate x laufenden Druckwelle großer Schwingungsweite in der durch die entgegenkommende Druckwelle nach Gl. 23 veränderten, ursprünglich homogenen Gasatmosphäre dar. Sinngemäß ergibt sich eine entsprechende Deutung der Gl. 23 als eine in negativer Richtung der Ortskoordinate x laufende Druckwelle großer Schwingungsweite, die in der durch die entgegenkommende Druckwelle nach Gl. 22 veränderten Atmosphäre fortschreitet. Diese beiden Gl. 22 und 23 stellen also in ihrer gegenseitigen engen Kopplung noch nicht das bei der Überlagerung resultierende Schallzustandsfeld dar, was vor allem bei der Anpassung an die Randbedingungen zu beachten ist; das resultierende Feld ergibt sich erst in Verbindung mit Gl. 1 als die entsprechende Summe aus den Feldern der beiden übereinanderlaufenden Einzelwellen.

[4]) Vgl. hierzu J. Hadamard, Leçons sur la propagation des ondes, Paris 1903, S. 163 und 168.

Mit $a_2 = a_0$ findet man nach Gl. 22 die bekannte allgemeine Lösung[2]) für eine in homogener Atmosphäre in positiver Richtung von x laufende einzelne Druckwelle großer Schwingungsweite, da dann die rechte Seite dieser Gleichung nur eine Funktion von a_1 ist. Entsprechend findet man nach Gl. 23 mit $a_1 = a_0$ die bekannte Form einer in negativer Koordinatenrichtung fortschreitenden Welle. Die Gl. 22 (bzw. 23) berücksichtigt danach insbesondere die zusätzliche Verformung der in positiver (bzw. negativer) Richtung laufenden Druckwelle unter dem Einfluß der entgegenkommenden Welle, d. h. also die dadurch gegebene Abweichung des Schallzustandes a_2 (bzw. a_1) und der Eigengeschwindigkeit u_2 (bzw. u_1) der Gasteilchen von den Werten a_0 und u_0 der ungestörten Atmosphäre.

Verfolgt man nach Gl. 22 die Bewegung der Elementarwelle vom unveränderlichen Schallzustand a_1, so ist diese so lange gleichförmig, als a_2 = konst. ist. Dabei braucht nicht unbedingt $a_2 = a_0$ zu sein. Sobald $a_2 \neq$ konst. ist, bewegt sich die Elementarwelle a_1 beschleunigt oder verzögert, je nachdem a_2 längs ihres Weges kleiner oder größer wird. Die genauen mathematischen Zusammenhänge sind durch die Gl. 22 eindeutig gegeben. Dieselben Erklärungen gelten ganz entsprechend auch für die Gl. 23.

Subtrahiert man die Gl. 22 von Gl. 23, so findet man für den Zeitpunkt τ des Zusammentreffens der Schallzustände a_1 und a_2 zweier Wellenteile der beiden sich begegnenden Druckwellen in Übereinstimmung mit Gl. 18 und 21 bzw. mit Gl. 19 die Beziehung:

$$2\tau = \frac{1}{a_1+a_2-a_0}\left\{\frac{\partial^{2n-1}}{\partial a_1^{n-1}\,\partial a_2^n}\left[\frac{F(a_1)+G(a_2)}{a_1+a_2-a_0}\right] + \frac{\partial^{2n-1}}{\partial a_1^n\,\partial a_2^{n-1}}\left[\frac{F(a_1)+G(a_2)}{a_1+a_2-a_0}\right]\right\} = -\frac{1}{n}\,\frac{\partial^{2n}}{\partial a_1^n\,\partial a_2^n}\left[\frac{F(a_1)+G(a_2)}{a_1+a_2-a_0}\right]. \tag{24}$$

Setzt man den damit bekannten Zeitpunkt τ des Zusammentreffens dieser Wellenteile a_1 und a_2 in eine der beiden Gl. 22 oder 23 ein, so erhält man nach einigen Umformungen schließlich auch noch den Ort x ihres Zu-

sammentreffens in folgender Weise:

$$2x = \left[1 + \frac{u_0 + \frac{2}{\varkappa - 1}(a_1 - a_2)}{a_1 + a_2 - a_0}\right] \frac{\partial^{2n-1}}{\partial a_1^{n-1}\, \partial a_2^n}\left[\frac{F(a_1) + G(a_2)}{a_1 + a_2 - a_0}\right] - \left[1 - \frac{u_0 + \frac{2}{\varkappa - 1}(a_1 - a_2)}{a_1 + a_2 - a_0}\right] \frac{\partial^{2n-1}}{\partial a_1^{n}\, \partial a_2^{n-1}}\left[\frac{F(a_1) + G(a_2)}{a_1 + a_2 - a_0}\right]. \tag{25}$$

Diese beiden Gl. 24 und 25 liefern also unmittelbar den Zeitpunkt τ und den Ort x des Zusammentreffens zweier Wellenteile a_1 und a_2 der beiden sich begegnenden Druckwellen und beantworten so die früher gestellte Frage.

Für einatomige Gase nehmen die Gl. 22 und 23 mit $n = 1$ die nachstehende Form an, wenn man zur Vereinfachung der Schreibweise möglichst noch die resultierenden Zustände a und u nach Gl. 1 und 5 verwendet.

$$x - (a + u)\tau = \frac{\partial}{\partial a_1}\left[\frac{F(a_1) + G(a_2)}{a}\right] = \frac{F'(a_1)}{a} - \frac{F(a_1) + G(a_2)}{a^2}. \tag{26}$$

$$x + (a - u)\tau = -\frac{\partial}{\partial a_2}\left[\frac{F(a_1) + G(a_2)}{a}\right] = -\frac{G'(a_2)}{a} + \frac{G(a_2) + F(a_1)}{a^2}. \tag{27}$$

Für zweiatomige Gase findet man entsprechend nach den Gl. 22 und 23 mit $n = 2$ die folgenden Beziehungen:

$$x - (a + u)\tau = -\frac{F''(a_1)}{a^2} + 2\frac{G'(a_2) + 2F'(a_1)}{a^3} - 6\frac{F(a_1) + G(a_2)}{a^4}, \tag{28}$$

$$x + (a - u)\tau = +\frac{G''(a_2)}{a^2} - 2\frac{F'(a_1) + 2G'(a_2)}{a^3} + 6\frac{G(a_2) + F(a_1)}{a^4}. \tag{29}$$

Die Zeiger ' bzw. '' deuten die erste bzw. zweite Ableitung der betreffenden Funktion nach ihrem eingeklammerten Argument an.

Entsprechende Lösungen findet man an Hand der Gl. 22 und 23 auch leicht für drei- und mehratomige Gase. Bei vorgegebenen Funktionen $F(a_1)$ und $G(a_2)$ können danach in Verbindung mit den Gl. 1, 5 und 6 unmittelbar alle resultierenden Gaszustände bei der gegenseitigen Überlagerung zweier Druckwellen in ihrer örtlichen und zeitlichen Abhängigkeit berechnet werden. Im allgemeinen sind aber nicht diese Funktionen $F(a_1)$ und $G(a_2)$, sondern beispielsweise die Formen der einzelnen Druckwellen vor ihrer Überlagerung gegeben, oder es sind bestimmte zeitliche Anfangs- und örtliche Randbedingungen vorgeschrieben. Zur Erfüllung dieser Vorschriften müssen die Funktionen $F(a_1)$ und $G(a_2)$ geeignet bestimmt werden, wobei infolge der verhältnismäßigen Einfachheit der jeweils den rechten Seiten der Gl. 26 bis 29 entsprechenden Beziehungen im allgemeinen keine wesentlichen Schwierigkeiten entstehen. Als Bedingungsgleichungen zu ihrer Berechnung ergeben sich gewöhnliche lineare Differentialgleichungen mit veränderlichen Koeffizienten, deren Lösung grundsätzlich immer möglich ist[5]). Sie wird trotz der Veränderlichkeit der Koeffizienten noch dadurch besonders vereinfacht, daß die homogene Differentialgleichung jeweils eindimensional ist.

Bevor nun auf Einzelheiten näher eingegangen wird, soll zunächst noch kurz ein mathematischer Sonderfall der vorstehenden Lösungen betrachtet werden, der physikalisch unter Umständen auch als erste Näherungslösung von Bedeutung sein kann.

4. Mathematischer Sonderfall $\varkappa = 3$

Mathematisch besonders einfache Lösungen erhält man für $\varkappa = 3$ und damit $n = 0$. Die Gl. 20 geht dann in die folgende einfache Differentialbeziehung über:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial a_1\, \partial a_2} = 0. \tag{30}$$

Die allgemeine Lösung dieser Gl. 30 lautet aber:

$$z = F(a_1) + G(a_2). \tag{31}$$

Damit erhält man nach den Gl. 16 und 17 für die Formen der beiden sich begegnenden Druckwellen die einfachen Beziehungen:

$$x - (2a_1 - a_0 + u_0)\tau = F'(a_1); \tag{32}$$

$$x + (2a_2 - a_0 - u_0)\tau = -G'(a_2). \tag{33}$$

Da jede dieser beiden Wellengleichungen jeweils nur Schallzustände der eigenen Welle und keine der entgegenkommenden Druckwelle enthält, bedeutet dies in Verbindung mit Gl. 1,

[5]) Vgl. z. B. A. R. Forsyth, Differentialgleichungen, Braunschweig, 1912, S. 20 u. f.

daß sie sich ohne gegenseitige Störung überlagern; dabei schreitet also jede der beiden sich begegnenden Druckwellen unter Versteifung ihrer Front wie im homogenen Gasraum fort und das resultierende Schallzustandsfeld ergibt sich als einfache Summe aus den Änderungen des Schallzustandes jeder einzelnen Welle. Diese Erkenntnis erhält man mathematisch noch einfacher aus den simultanen Gl. 10 und 11, die für $\varkappa = 3$ wegen $a + u = 2\,a_1 - a_0 + u_0$ und $a - u = 2\,a_2 - a_0 - u_0$ in zwei voneinander unabhängige partielle Differentialgleichungen zerfallen, von denen jede einzeln eine fortschreitende Druckwelle darstellt.

Wenn diesem mathematischen Sonderfall $\varkappa = 3$ unmittelbar physikalisch auch keine besondere Bedeutung zukommt, so zeigt er doch die kennzeichnenden Eigenheiten von Druckwellen großer Schwingungsweite, die durch die Temperaturabhängigkeit der Schallgeschwindigkeit bedingt sind; er dürfte daher in manchen Fällen wegen seiner mathematischen Einfachheit vorteilhaft Verwendung finden.

5. *Allgemeine Schlußfolgerungen*

Die vorstehenden Entwicklungen bieten neben ihrer Anschaulichkeit in einigen Fällen auch besondere Vorteile für die mathematische Behandlung der verwickelten Überlagerungsvorgänge von Druckwellen großer Schwingungsweite. Als einfaches Beispiel sollen zwei ebene Wellenzüge betrachtet werden, die in einem sehr großen homogenen Gasraum senkrecht aufeinander zulaufen. Der Raum soll zur Vereinfachung der folgenden Gleichungen mit einatomigen Gasen gefüllt sein, so daß die Gl. 26 und 27 die Formen der sich begegnenden Druckwellen im Überlagerungsbereich darstellen. Bevor sich die beiden Wellenzüge treffen, können sie als einfache, fortschreitende Druckwellen auch in einfacher Weise dargestellt werden. Für die in positiver Richtung der Ortskoordinate fortschreitende Welle gilt dann mit $a_2 = a_0$ und $u_2 = u_0$, also entsprechend den Gl. 1 und 2 mit $a = a_1$ und $u = u_1$, nach Gl. 26 die Beziehung:

$$(34)\quad x - (a_1 + u_1)\,\tau = \frac{F'(a_1)}{a_1} - \frac{F(a_1) + G(a_0)}{a_1^2}.$$

Entsprechend erhält man für die aus entgegengesetzter Richtung ankommende Welle mit $a_1 = a_0$ und $u_1 = u_0$, also auch mit $a = a_2$ und $u = u_2$, nach Gl. 27 die Beziehung:

$$(35)\quad x + (a_2 - u_2)\,\tau = -\frac{G'(a_2)}{a_2} + \frac{G(a_2) + F(a_0)}{a_2^2}.$$

Diese durch die beiden Gl. 34 und 35 bestimmten einfachen Druckwellen im homogenen Gasraum sind für die vorliegenden Überlegungen als vorgegeben anzusehen; sie ergeben in ihrem Überlagerungsbereich die durch die Gl. 26 und 27 bestimmten Wellenformen.

Nach dem Verlassen des begrenzten Überlagerungsbereiches laufen beide Wellenzüge wieder in der homogenen Atmosphäre. Daher wird also für den in positiver Richtung fortschreitenden Wellenzug in Gl. 26 $a_2 = a_0$, d. h. aber, seine Form kann nun wieder nach Gl. 34 berechnet werden. Entsprechend findet man für die in negativer Richtung fortlaufende Druckwelle, sobald sie das Überlagerungsgebiet verlassen hat, mit $a_1 = a_0$ aus Gl. 27 wieder die Gl. 35. Dies bedeutet, daß die sich überlagernden Druckwellen nur innerhalb des Überlagerungsbereiches sich gegenseitig verzerren, jedoch außerhalb desselben in der gleichen, homogenen Atmosphäre auch wieder ihre frühere Form — unter Berücksichtigung der inzwischen im homogenen Gasraum eingetretenen Versteifung ihrer Fronten — annehmen. Dieser einfache Zusammenhang läßt die Vermutung aufkommen, daß man in vielen technischen Fällen auch im Überlagerungsbereich in erster Näherung die gegenseitige Beeinflussung der Wellenformen vernachlässigen und ähnlich wie im Sonderfall $\varkappa = 3$ rechnen kann.

Die vorstehenden Überlegungen sind mathematisch von der Größe von $\varkappa$ bzw. n unabhängig und gelten daher auch für zwei- und mehratomige Gase. Vom physikalischen Standpunkt aus ist darüber hinaus mit Bestimmtheit anzunehmen, daß sich auch Druckwellen in Gemischen von Gasen verschiedener Atomzahl bzw. in einheitlichen realen Gasen, deren $\varkappa$-Werte beispielsweise im Gebiet höherer Temperaturen von den vorstehenden besonderen Werten abweichen, in gleicher Weise verhalten.

Als weiteres einfaches Beispiel diene die vollkommene Reflexion einer solchen Druckwelle an einer starren Wandoberfläche. In einem sehr großen Gasraum, der beispielsweise wieder mit einem einatomigen homogenen, ruhenden Gas ($u_0 = 0$) gefüllt ist, soll also eine ebene Druckwelle großer Schwingungsweite senkrecht auf eine ebene Wand treffen. An der reflektierenden Wandoberfläche muß dann stets die Teilchengeschwindigkeit $u = 0$ sein. Daher ergibt sich hier als Randbedingung aus Gl. 5, daß an dieser Stelle in jedem Augenblick $a_1 = a_2$ sein muß. Aus den Gl. 26 und 27 erhält man dann für diese Wandoberfläche, die der Einfachheit wegen im Ursprung $x = 0$ des Ortskoordinatensystems liegen soll, die folgende Bedingung:

$$\frac{F'}{a} - \frac{F+G}{a^2} = -\frac{G'}{a} + \frac{G+F}{a^2}.$$

Diese Beziehung ist allgemein nur erfüllt, wenn $G = -F$ ist; dies bedeutet aber, daß bei vollkommener Reflexion die reflektierte Druckwelle spiegelbildlich zur Wandoberfläche gleich der ankommenden Druckwelle sein muß. Die Form der ankommenden Druckwelle ergibt sich daher im Überlagerungsbereich mit der reflektierten Welle entsprechend Gl. 26 aus der Beziehung:

$$(36)\quad x - (a+u)\tau = \frac{F'(a_1)}{a} - \frac{F(a_1) - F(a_2)}{a^2},$$

die der reflektierten Welle aus:

$$(37)\quad x + (a-u)\tau = \frac{F'(a_2)}{a} - \frac{F(a_2) - F(a_1)}{a^2}.$$

Bevor die ankommende Druckwelle die Wandoberfläche erreicht, kann sie nach Gl. 35 mit $a_2 = a_0$, also mit $u = u_1$ und $a = a_1$ durch die auf diese Weise vereinfachte Gl. 36 dargestellt werden:

$$(38)\quad x - (a_1 + u_1)\tau = \frac{F'(a_1)}{a_1} - \frac{F(a_1) - F(a_0)}{a_1^2}.$$

Diese Beziehung ist im vorliegenden Fall als vorgegeben anzusehen.

Sobald die reflektierte Druckwelle das Gebiet der Überlagerung mit der ankommenden Welle verlassen hat, kann sie mit $a_1 = a_0$, demnach also mit $u = u_2$ und $a = a_2$, nach Gl. 36 auch wieder als einfache Druckwelle dargestellt werden durch:

$$(39)\quad x + (a_2 - u_2)\tau = \frac{F'(a_2)}{a_2} - \frac{F(a_2) - F(a_0)}{a_2}.$$

Dies ist aber ein in umgekehrter Richtung wie die ankommende Druckwelle fortschreitender Wellenzug, dessen Form spiegelbildlich zu jener ist.

Technisch ist vielfach nur der zeitliche Druckverlauf an der reflektierenden Wandoberfläche $x = 0$ von Bedeutung. Aus Gl. 36 erhält man mit $x = 0$, $u = 0$, $a_2 = a_1$ und $a_1 = (a_W + a_0)/2$ zunächst zur Berechnung des zeitlichen Verlaufes des resultierenden Schallzustandes $a = a_W$ unmittelbar an dieser die Beziehung:

$$(40)\quad \tau = \frac{F'\left(\frac{a_W + a_0}{2}\right)}{a_W^2}.$$

Löst man diese Gleichung nach a_W auf und setzt dann $a = a_W$ in Gl. 6 ein, so erhält man unmittelbar die zeitliche Abhängigkeit des Gasdruckes $P = P_W$ auf die vollkommen reflektierende Wandoberfläche[6]).

Entsprechende Beziehungen ergeben sich auch für zwei- und mehratomige Gase.

Alle vorstehenden Entwicklungen gelten entsprechend den Voraussetzungen über Differentialgleichungen nur innerhalb stetiger Bereiche von Druckwellen großer Schwingungsweite.

Zusammenfassung

Die Überlagerung zweier sich begegnender ebener Gaswellen großer Schwingungsweite erfolgt derart, daß jedes Wellenteil (also jede Elementarwelle) von jeder der beiden Druckwellen unbeeinflußt innerhalb des jeweils angetroffenen Gasteilchens mit dessen augenblicklicher, resultierender Schallgeschwindigkeit fortschreitet. Das Gasteilchen selbst bewegt sich dabei noch mit der resultierenden Eigengeschwindigkeit, die stets gleich der geometrischen Summe der Eigengeschwindigkeiten in den sich überlagernden Wellenteilen (Elementarwellen) ist. Der Unterschied der resultierenden Schallgeschwindigkeit gegenüber derjenigen der un-

[6]) Eine Einrichtung zur versuchstechnischen Prüfung dieser verhältnismäßig einfachen Abhängigkeit ist in Vorbereitung.

gestörten Atmosphäre ist dabei stets gleich der Summe der entsprechenden Unterschiede in den beiden sich treffenden Wellenteilen (Elementarwellen).

Auf Grund dieser anschaulichen Vorstellungen über den Vorgang der gegenseitigen Überlagerung von ungedämpften, ebenen Druckwellen großer Schwingungsweite werden zunächst die simultanen, nichtlinearen Differentialgleichungen für die Formen zweier ebener, sich begegnender Druckwellen im Überlagerungsbereich abgeleitet. Diese werden an Hand der RIEMANNschen Entwicklungen auf eine lineare Differentialgleichung zweiter Ordnung zurückgeführt, deren Lösung für vollkommene Gase von einheitlicher Atomzahl besonders einfach wird. Dadurch gelingt es, geschlossene Lösungen für die Formen der Druckwellen im Überlagerungsbereich anzugeben. Als wesentliche Folgerung ergibt sich dabei, daß die beiden Druckwellen in der homogenen Atmosphäre nach dem Verlassen des Überlagerungsgebietes die gleichen Formen aufweisen, wie wenn sie einzeln ohne gegenseitige Störung im Gasraum fortgeschritten wären. Im Überlagerungsbereich selbst treten dagegen stets Verzerrungen auf, die entsprechend auch das resultierende Zustandsfeld beeinflussen.

(Eingegangen am 13. August 1941.)

SCHRIFTTUM

Sämtliche in diesem Heft besprochenen oder vom Verlag angezeigten Bücher sind in allen deutschen Buchhandlungen zu erhalten

R. W. POHL, **Einführung in die Mechanik, Akustik und Wärmelehre, 3.** und **4.** umgearbeitete und ergänzte Auflage. Springer-Verlag, Berlin **1941.** Preis geb. RM. **15.80.**

Mit der Neuauflage des ersten Bandes der Einführung in die Physik von R. W. POHL hat dieses Werk nunmehr die langerwartete Vollendung erfahren. Dem ersten Bande, der in der **2.** Auflage nur die Mechanik und die Akustik enthielt, ist in der **3.** und **4.** Auflage die Wärmelehre angegliedert worden, die bisher noch ausstand. Im Rahmen dieser Zeitschrift soll nur auf den die Akustik behandelnden Teil des Buches näher eingegangen werden.

Der Verfasser unterteilt die Akustik in zwei Kapitel mit den Überschriften „Schwingungslehre" und „Wellen und Strahlung". Wie in allen Teilen der POHLschen „Einführung" stehen auch in den beiden Kapiteln der Akustik im Vordergrund der Darstellung die grundlegenden Experimente, die mit einfachen Hilfsmitteln auskommen. Ihre Bedeutung reicht weit über den Rahmen der Akustik hinaus. Berühmt sind beispielsweise die im zweiten Kapitel, das der Wellenausbreitung und Strahlung gewidmet ist, dargestellten Versuche mit Wasseroberflächenwellen. Mit Hilfe eindrucksvoller Projektionsbilder werden in ausführlicher Darstellung die Vorgänge bei der Beugung der Wellen am Spalt und an einem Hindernis, bei der Reflexion an einem Spiegel usw. veranschaulicht. Neu ist in diesem Zusammenhang in der **3.** und **4.** Auflage ein Versuch, der das Brechungsgesetz in einem der Fälle liefert, die der strahlenoptischen Behandlung nicht zugänglich sind; er veranschaulicht beispielsweise die Ausbreitung von Erdbebenwellen längs der Grenzschicht zweier Medien und das Zustandekommen der Kopfwelle eines mit Überschallgeschwindigkeit fliegenden Geschosses. Das Ziel dieser Versuche ist die Vermittlung einer klaren Vorstellung von dem allen Wellenvorgängen gemeinsamen Formalismus. Das gilt auch für die Experimente mit einem parallelen Ultraschallstrahlenbündel, das mit Hilfe einer Galtonpfeife und des Scheinwerfers einer Autolampe erzeugt wird. Als Schallempfänger dient ein Schallradiometer. Mit dieser Versuchsanordnung werden die Vorgänge bei der räumlichen Wellenausbreitung veranschaulicht. Die Gesetze der Reflexion, der Brechung, der Beugung am Spalt und am FRAUNHOFERschen Gitter und auch die Reflexion am räumlichen Punktgitter werden damit untersucht. Das letztgenannte Experiment stellt einen eindrucksvollen Modellversuch für die Röntgenspektroskopie dar. Im Anschluß an die Experimente werden in großer Klarheit und Anschaulichkeit die physikalischen Grundgesetze abgeleitet.

Diese für die POHLsche Darstellungskunst charakteristischen Beispiele mögen genügen. Im übrigen sei der Inhalt der Akustik kurz skizziert. Zunächst der Inhalt des ersten, der Schwingungslehre gewidmeten Kapitels: Es bringt die Erzeugung ungedämpfter Schwingungen, weiter rein beschreibend die Überlagerung von Sinusschwingungen und die Spektraldarstellung von Schwingungsformen. Es folgen die elastischen Eigenschwingungen der linearen festen Körper, von Gas- und Flüssigkeitssäulen

und flächenhaft und räumlich ausgedehnter Gebilde. Die erzwungenen Schwingungen, insbesondere die Resonanzerscheinungen, werden an Hand eines Drehpendelexperimentes untersucht, als Anwendungsbeispiel wird u. a. der Zungenfrequenzmesser beschrieben. Die Diskussion der Bedeutung erzwungener Schwingungen für die verzerrungsfreie Wiedergabe von Schwingungen führt auf eine Besprechung der Registrierapparate, der Schleifenoszillograph wird hervorgehoben, die Registrierung mit den Hilfsmitteln der Elektroakustik, also Mikrophonen und Verstärkern, wird erwähnt. Es folgt die Behandlung der Schwingungswiedergabe mit Verstärkung und Entdämpfung, das Verständnis dieser Aufgabe wird durch die Vorführung einer ganz einfachen rein mechanischen Lösung erleichtert. Die Darstellung der nichtlinearen Zusammensetzung von Sinusschwingungen führt auf die Kombinations-, insbesondere die Differenzschwingungen. Schließlich werden die Koppelschwingungen und als technische Anwendung der Schlingertank besprochen.

Aus dem Inhalt des zweiten Kapitels wurde bereits einiges vorweggenommen. Mit großer Klarheit werden in ihm die Begriffe der Gruppen- und der Phasengeschwindigkeit im Zusammenhang mit der Dispersion der Wasseroberflächenwellen erläutert. Das Prinzip der Interferometer wird an Hand von Versuchen mit der oben beschriebenen Ultraschallapparatur auseinandergesetzt. Die Ausführungen über die Schallstrahler sollen nicht erschöpfend sein, sie sollen lediglich die Hauptprobleme erörtern. Hier möge im Hinblick auf die nächste Auflage des Buches der Hinweis auf einen kleinen Irrtum erlaubt sein, der sich aus der zweiten in die 3. und 4. Auflage hinübergerettet hat (S. 266 unten): Der Ausschlag der RAYLEIGH-Scheibe ist von der Strömungsrichtung unabhängig und bei sinusförmiger Schwingung der Luftteilchen dem Quadrat der Geschwindigkeitsamplitude proportional; der arithmetische Mittelwert der Geschwindigkeit ist Null. In dem die Schallenergie und die linearen Bestimmungsgrößen des Schallfeldes behandelnden Abschnitt werden auch die Begriffe Schallwiderstand und Schallhärte erwähnt. (Bem. z. S. 323: in der Akustik ist heute für den für ein Medium charakteristischen Schallwiderstand $\Delta p_0/u_0 = \varrho c$ in der fortschreitenden ebenen Welle die Bezeichnung „Schallwellenwiderstand" gebräuchlich [s. Deutsche Normen, Benennungen in der Akustik].) Die Schallempfänger werden in der notwendigen Kürze behandelt. An Hand von Aufnahmen von Funkenknallwellen, des Mündungsknalls eines Gewehres und der Kopfwelle des Geschosses nach der Schlierenmethode werden die heute in der Technik eine große Rolle spielenden Schallvorgänge großer Amplitude kurz behandelt. Das Problem des hierher gehörenden Verdichtungsstoßes wird außerdem in der Wärmelehre gelegentlich der Darstellung der Gasströmung mit Überschallgeschwindigkeit gestreift. Der Abschnitt über das Hören bringt die wichtigsten Tatsachen aus der physiologischen Akustik. Hier ist in der Neuauflage des Buches das Phonmaß als Maß für die Lautstärke neu eingefügt worden (S. 236). Wieder im Hinblick auf die nächste Auflage sei bemerkt, daß in dem Ausdruck $20 \cdot \log_{10} p/p_{min}$ die Druckamplituden p und p_{min} sich auf den 1000-Hz-Normalton beziehen, dessen Lautstärke der des zu messenden Klanges oder Geräusches entspricht. Als Bezugsschalldruck p_{min} ist 1937 international ein Druck von $2{,}0 \cdot 10^{-4}$ dyn/cm² festgesetzt worden. Zum Schluß werden im zweiten Kapitel der Akustik der Bau und die Wirkungsweise des menschlichen Ohres erläutert.

Die POHLsche Einführung in die Physik erfreut sich einer außerordentlich großen Beliebtheit, die sich darin äußert, daß jede Neuauflage bereits kurze Zeit nach dem Erscheinen vergriffen ist.

H. OBERST

HEINRICH HECHT. **Die elektroakustischen Wandler.** Verlag Joh. Ambr. Barth, Leipzig 1941. Preis geb. RM. 12.—.

Elektroakustische Wandler sind Apparate, mittels deren elektromagnetische Energie in akustische oder umgekehrt verwandelt wird. Da die betreffenden Vorgänge reversibel sind, kann der gleiche Apparat beide Funktionen erfüllen. In der Literatur ist dieser oder jener Wandler behandelt. Jedoch liefern die bisherigen Einzelveröffentlichungen nicht das, was der Praktiker braucht, und sie lassen die Einheitlichkeit der Darstellung und die Übersicht über die verschiedenen Wandlerarten vermissen. Das vorliegende Buch von H. HECHT, der sich mit allen elektroakustischen Wandlern theoretisch beschäftigt und sie fast alle praktisch kennengelernt hat, soll dem Zweck dienen, dem Physiker oder Ingenieur der Praxis bei der Planung und Entwicklung von Wandlergeräten zu helfen, insbesondere ihn bei der Entscheidung für ein bestimmtes Wandlerprinzip und bei der praktischen Untersuchung und Deutung der experimentellen Ergebnisse zu beraten.

Es werden zunächst die allen Wandlern gemeinsamen Gesetze und Regeln aufgestellt, zu denen in erster Linie der grundsätzliche Aufbau, die elektromechanischen Grundgesetze, die Grundformen der Differentialgleichungen und die Regeln über die Anpassung des Wandlers an das Medium und die Energiequelle (für den Sender) und an den Verbraucher (für den Empfänger) gehören.

Sodann werden der Reihe nach die verschiedenen Wandlerprinzipe im einzelnen näher betrachtet. Es handelt sich um das elektrodynamische, elektromagnetische, magnetostriktive, dielektrische und piezoelektrische Prinzip. Diese Einzelunter-

suchungen geben mit der Berechnung der Apparatkonstante Aufschluß über das Verhalten der Wandler in ihrer Resonanzfrequenz und deren unmittelbarer Nähe und darüber hinaus in den Kreisdiagrammen in beschränktem Maße auch weiter außerhalb der Resonanzfrequenz. Bei den Sendern wird durch die Apparatkonstante der Wirkungsgrad entscheidend bestimmt. Auch der Verlauf der beiden Widerstandskomponenten in ihrer Abhängigkeit von der Frequenz wird durch sie festgelegt. Beim Empfänger bestimmt die Apparatkonstante die mögliche Dämpfungserhöhung, die ein Maß für die Güte des Empfängers ist.

Für alle Fragen nach dem Verhalten der Wandler weit außerhalb der Resonanzfrequenz sind die Kreisdiagramme nicht recht zu benutzen. Deshalb wird in einem weiteren Abschnitt die Frequenzabhängigkeit der Eigenschaften elektroakustischer Wandler bei starker Verstimmung behandelt, indem die korrekten Differentialgleichungen herangezogen werden, in denen diejenigen Glieder von vornherein fortgelassen werden, die auf Grund des betreffenden Problems zu vernachlässigen sind.

Eine vergleichende Betrachtung der verschiedenen Wandler liefert Richtlinien und Anhaltspunkte dafür, welches Umwandlungsprinzip für ein bestimmtes Anwendungsgebiet in der Nachrichtentechnik zu bevorzugen ist. Für tiefere Frequenzen kommt besonders das elektrodynamische Prinzip in Frage, es folgt das elektromagnetische für die mittleren und das magnetostriktive sowie das dielektrische Prinzip für die höheren und höchsten Frequenzen. Natürlich ist diese Klassifizierung, wie es von vornherein selbstverständlich ist, keine starre.

Die Frage nach der Zahl der verschiedenen Wandlerprinzipe wird dahin beantwortet, daß man sie auf zwei, nämlich das elektromagnetische und das dielektrische Prinzip zurückführen kann.

Wir sind dem Verfasser dankbar, daß er sich zu der Niederschrift entschlossen und sie in der originellen und tiefgründigen Art und Weise, die uns aus seinen früheren Arbeiten bekannt ist, durchgeführt hat. Der Physiker oder Ingenieur, der sich mit elektroakustischen Problemen beschäftigt, sollte sich des Buches von Hecht bedienen. H. Lichte

Hugo Sirk, **Mathematik für Naturwissenschaftler und Chemiker** (Einführung in die Anwendungen der höheren Mathematik). Verlag Theodor Steinkopff, Dresden u. Leipzig 1941. 268 S. 126 Abb. Preis geb. RM. 12.—

„Nicht Mathematik lehren, sondern Verständnis für die Mathematik beibringen" will der Verfasser, der die Erfahrungen seiner langjährigen Lehrtätigkeit an der Laibacher und Wiener Universität in diesem Buch niedergelegt hat. Es ist erstaunlich, mit welchem pädagogischen Geschick der Leser an die mathematische Behandlung und Lösung der verschiedensten praktischen Aufgaben aus der Physik und Chemie herangeführt und wie ihm dabei zugleich eine recht umfassende Darstellung der Analysis gegeben wird: Differential- und Integralrechnung, Reihen, Funktionen mehrerer Veränderlicher, Differentialgleichungen. Bezeichnend für die Absicht des Buches ist ferner der ausführliche und auch dem in höherer Mathematik durchaus Beschlagenen sicherlich höchst nützliche Anhang über die elementaren Grundlagen der Algebra und Geometrie. Das 20 Seiten lange Namen- und Sachverzeichnis macht das Buch auch als Nachschlagewerk geeignet. Daß der Verfasser, der offenbar ein besonderes Feingefühl für die vom Standpunkt des Lernenden aus betrachteten gedanklichen Klippen besitzt, auch kleinste Gedankensprünge in der Entwicklung des Stoffes vermeidet, daß er die Schwierigkeiten mit äußerster Stetigkeit — man möchte sagen streng linear — anwachsen läßt und daß er schließlich den Text durch persönliches Ansprechen des Lesers, durch frische, vielfach beinahe unmathematisch anmutende Wendungen zu beleben versteht, wird seinem Buch vor allem unter den Studierenden viele Freunde erwerben. E. Thienhaus

Robert Lindahl and Hale J. Sabine, **Measurement of Impact Sound Transmission Through Floors.** J. Acous. Soc. Am. 11 (1940), D. 401.

Eine neue Methode der Trittschallmessung wird von den Mitarbeitern der Celotex-Gesellschaft vorgeschlagen, die vergleichbare Werte liefert, ohne die umständliche Berücksichtigung der Raumeigenschaften des Hörraumes zu fordern.

Die früher in Amerika übliche Trittschallmessung wurde so ausgeführt, daß der Schalldruck über und unter der Prüfdecke gemessen, und die Differenz der Pegelwerte als Trittschallmaß angegeben wurde. Die von den Verfassern neuerdings angegebene Messung stellt in jeder Hinsicht eine Relativmethode dar; die Raumeigenschaften des Hörraumes, die absolute Eichung des Trittschallgerätes und des Schalldruckmessers gehen nicht in die Messung ein.

Die Messungen wurden in einem Warenhaus auf einer normalen Betondecke von 15 cm Stärke ausgeführt. Die Estrichstücke, deren Trittschalleigenschaften mit denen der unbedeckten Betondecke verglichen wurden, waren in 60 × 70 cm² Größe dicht aneinanderliegend auf der Decke verlegt. Als Trittschallerreger diente ein Hammerwerk mit ca. 1 kg schweren Hämmern aus Eisen, die ca. 7 Schläge je Sekunde auf das Prüfstück ausführten. Die Fallhöhe ist nicht angegeben. Zur Messung des Trittschallgeräusches unter der Decke wurde ein „General Radio sound level meter" benutzt, der in Verbindung

Schallpegel bezogen auf den Wert der Betonbalkendecke in db

Estrichart	Urteil des Beobachters	128	256	512	1024	2048	4096 Hz	Mittelwert
Betonbalken	schlecht	0	0	0	0	0	0	0
4 mm Asphaltplatten	fast schlecht	+ 1	+ 7	— 5	+ 2	— 2	— 13	0
3 mm asphaltgetränktes Filz	fast schlecht	— 2	+ 2	+ 1	— 2	— 5	— 5	— 1,8
5 mm Gummiplatten	besser als Beton	+ 3	+ 1	— 2	— 5	— 11	— 22	— 6,7
schwerer Teppich (ohne Unterlage)	gut	+ 1	— 1	— 5	— 13	— 19	— 25	— 10,3
5 mm Linoleum auf Filz	eben so gut wie Teppich	— 1	— 2	— 5	— 12	— 25	— 27	— 12,6
13 mm asphaltgetränktes Cellotex	—	+ 1	+ 2	— 7	— 19	— 27	— 24	— 12,3
5 mm Hartholz auf 6 mm Cellotex	besser als Teppich	+ 3	— 3	— 19	— 27	— 27	— 29	— 17,0
19 mm Holzfußboden auf 5 · 8 cm Lagerhölzer	sehr ruhig, aber einzelne Schritte hörbar	0	— 4	— 21	— 26	— 28	— 32	— 18,5
13 mm Korkplatten	sehr gut — sehr tiefer Ton hörbar	+ 2	— 1	— 19	— 34	— 33	— 30	— 19,5
19 mm Holzfußboden auf 5 · 8 cm Lagerhölzern, Schlackenwollfüllung	dasselbe wie ohne Schlackenwolle	0	— 6	— 23	— 27	— 32	— 32	— 20,0

mit einem Oktavsieb, in Oktavschritten das Frequenzspektrum des Trittschalls im Bereich 64 bis 4096 Hz zu messen gestattet. Die erhaltenen Meßwerte werden auf den Wert der unbedeckten Betonfläche bezogen und nur die Verbesserung (in wenigen Fällen auch Verschlechterung) gegenüber der einfachen Betondecke angegeben. Durch die Aufteilung des Trittschallfrequenzspektrums in mehrere Meßbereiche wird eine bessere Bewertung der Estriche möglich und besonders bei den Estrichproben, die einen gleichgroßen Mittelwert des Trittschalls ergeben, aber verschiedene Spektren besitzen.

Eine Reihe von Meßbeispielen zeigen die Brauchbarkeit des Verfahrens. Durch weiche Belegungen der harten Betondecke wird das Trittschallspektrum bei den hohen Frequenzen stark abgeschnitten. Eine Reihe von üblichen Bodenbelegungen wurden nach dem beschriebenen Verfahren geprüft und gleichzeitig der subjektiven Beurteilung mehrerer Beobachter unterstellt. Die subjektiven Aussagen stehen in guter Übereinstimmung mit den Resultaten der Messungen. Die Tabelle zeigt die Reihe der untersuchten Estriche, die subjektive Bewertung und die Meßresultate bei den einzelnen Frequenzbereichen in db. Die letzte Zeile zeigt den Mittelwert der Verbesserung gegenüber der unbelegten Decke in db an.

L. Keidel

R. B. Lindsay, **Elastic Wave Filtration in Nonhomogeneous Media.** J. Acous. Soc. Am. 12 (1941), H. 1, S. 378.

In einer früheren Arbeit des Verf. war festgestellt worden, daß beim Durchgang einer harmonischen Druckwelle durch ein Medium, das aus einer Reihe von Schichten zweier verschiedener Materialien besteht, in den verschiedenen Frequenzbereichen abwechselnd Durchlaß- und Sperrbereiche auftreten. Bei der Ableitung der Durchlaßeigenschaften eines solchen geschichteten Mediums wurde angenommen, daß die Dichte und die Phasengeschwindigkeit sich an den Übergangsstellen der einzelnen Schichten plötzlich und unstetig ändern. In der vorliegenden Arbeit wird theoretisch untersucht, welchen Einfluß es auf die Durchlaßeigenschaften hat, wenn die Änderung der Dichte und der Phasengeschwindigkeit an den Übergangsstellen der einzelnen Schichten kontinuierlich und stetig erfolgt.

Als Lösung der Wellengleichung wird für den Schalldruck einer ebenen Welle, die sich senkrecht zu

einer Schicht des Mediums in Richtung der x-Achse, ausbreitet, angesetzt:

$$p = q\,(x)\,e^{i z(x)}.$$

Entsprechend der Voraussetzung, daß die Wellenzahl $k = \frac{\omega}{c}$ sich nur langsam in der x-Richtung ändern soll, wird angenommen, daß auch $q\,(x)$ sich nur langsam mit x ändert, so daß $\frac{d^2q}{dx^2}$ gegen $\frac{dq}{dx}$ und q vernachlässigt werden kann. Aus der Diskussion der Lösung, die unter dieser Annahme und aus den Grenzbedingungen im Übergangsbereich abgeleitet wird, ergibt sich, daß von der einen Mediumschicht alle Frequenzen in das andere Medium eindringen, wenn sich nur die Dichte und die Phasengeschwindigkeit und die Gradienten derselben genügend langsam und ohne Unstetigkeiten ändern. Das gleiche Ergebnis erhält man auch, wie abgeleitet wird, bei einer größeren Zahl von Schichten. Sperr- und Dämpfungsbereiche treten also erst auf, wenn beim Übergang von einer Schicht zur anderen sehr schnelle Änderungen oder Unstetigkeiten vorliegen.

Als interessanter Spezialfall werden die Übertragungseigenschaften eines geschichteten Mediums untersucht, bei dem der Gradient der Wellenzahl k an jedem Übergang von einer Schicht zur anderen gerade eine einzige Unstetigkeitsstelle hat. Für den betrachteten Fall ist die Änderung von k in der x-Richtung aus Abb. 1 zu ersehen. In den Schichten mit

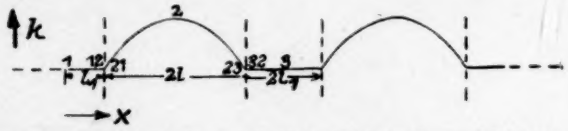

Abb. 1. Der Verlauf der Wellenzahl k in der x-Richtung mit einer Unstetigkeitsstelle für den Gradienten von k

ungeradem Index 1,3 usw. von der Dicke $2\,l_1$ seien die Wellenzahl k_1 und die Dichte ϱ_{01} konstant, während in den dazwischenliegenden Schichten von der Dicke $2\,l$ die Wellenzahl von dem Wert k_1 am Rande bis k_2 in der Mitte der Schicht stetig anwächst und in der anderen Hälfte der Schicht wieder symmetrisch auf den Wert k_1 abfällt. Die Grenzbedingungen lauten (s. Abb. 1):

$$k_{12} = k_{21} = k_{23} = k_{32} = k_1 \qquad \frac{dk_{12}}{dx} = \frac{dk_{32}}{dx} = 0$$

$$\frac{dk_2}{dx} = \frac{dk_3}{dx} = 0 \qquad \frac{dk_{21}}{dx} = \frac{dk_{23}}{dx} = \alpha.$$

Setzt man für den Schalldruck in zwei aufeinanderfolgenden gleichen Schichten an:

$$\frac{p_2}{p_1} = e^{-iW},$$

so erhält man in diesem Fall für W folgende Beziehung:

$$\cos W = \cos 2\,(k_1 l_1 + \bar{k}\,l) + \frac{\alpha}{2\,k_1^2} \sin 2\,(k_1 l_1 + \bar{k}\,l) + \frac{\alpha^2}{8\,k_1^4} \sin 2\,k_1 l_1 \cdot \sin 2\,\bar{k}\,l.$$

Dabei ist $\bar{k}$ als Mittelwert definiert durch:

$$\bar{k} = \frac{1}{l} \int_0^l k\,dx.$$

Für ein spezielles Beispiel ist die Änderung der Wellenzahl in der Schicht von der Dicke $2\,l$ in Form einer Parabel angenommen:

$$(1) \qquad k = k_2 + \frac{(k_1 - k_2)\,x^2}{l^2}.$$

Hierbei ist x von der Mitte der Schicht aus gemessen. Für $\bar{k}$ erhält man dann:

$$\bar{k} = \frac{2\,k_2 + k_1}{3}.$$

In der Abb. 2 ist cos W über der Frequenz aufgetragen für ein Beispiel, das sich nach Ansicht des Verf. etwa als Rohr auch verwirklichen ließe. Dabei ist für k_1 die Wellenzahl von reinem Zinn ($c_1 = 2500$ m/sec),

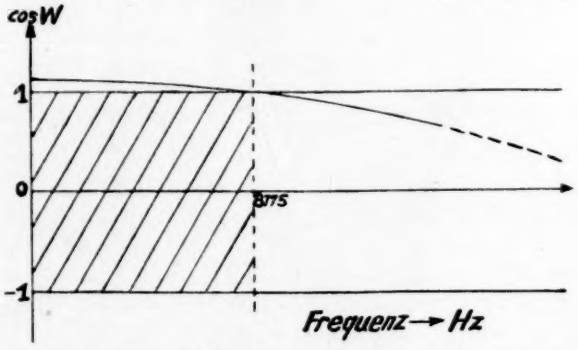

Abb. 2. cos W in Abhängigkeit von der Frequenz für das behandelte Beispiel

für k_2 diejenige von reinem Kupfer ($c_2 = 3560$ m/sec) und für die halben Schichtdicken $l = 5$ cm und $l_1 = 10$ cm angenommen. Die Legierung für die Schicht mit veränderlicher Wellenzahl soll außerdem so zusammengesetzt sein, daß sich die Wellenzahl nach Gl. (1) ändert.

Aus Abb. 2 ist zu ersehen, daß die beschriebene Anordnung wie ein Hochpaßfilter mit der Grenzfrequenz bei 8775 Hz wirkt. Die Tatsache, daß in diesem Fall nur eine einzige Grenzfrequenz auftritt, ist von Bedeutung und auch von Interesse.

LIPPERT

SADNO KAWASHIMA, **On the Absorbing Power of an Opening Adjacent to an Absorbent Room.** J. Acous. Soc. Am. 12 (1941), S. 515.

Der Schluckgrad offener, ins Freie führender Fenster wird gewöhnlich Eins gleichgesetzt. Führt das Fenster nicht ins Freie, sondern in einen zweiten

Raum, so ergibt die Rechnung einen Schluckgrad, der wesentlich kleiner sein kann. Denn der durch das Fenster hindurchtretende Schall erzeugt im zweiten Raum ein Schallfeld, das auf den ersten als sekundäre Schallquelle zurückwirkt. Wenn P die sekundliche Leistung der Schallquelle ist, erreicht die als diffus vorausgesetzte Schallenergiedichte den Betrag

$$\varrho_1' = \frac{4P}{c(A_1+W)}$$

mit c als Schallgeschwindigkeit, $A_1 = \Sigma a_v S_v$ als Schluckfläche des Raumes und W als Fensterfläche, deren Schluckgrad näherungsweise Eins gleichgesetzt wurde. Nach einer bekannten Formel beträgt dann die in der Sekunde auf die Flächeneinheit einfallende Schallenergie

$$\varrho_1' c/4 .$$

Die Energie $\varrho_1' c W/4$ durchsetzt also sekundlich die Fensterfläche W und erzeugt so in Raum 2, dessen Schluckfläche A_2 betrage, eine diffuse Energiedichte

$$\varrho_2' = \frac{\varrho_1' c W}{4} \cdot \frac{4}{c(A_2+W)} = \frac{\varrho_1' W}{A_2+W} .$$

Diese wieder führt in Raum 1 zu einer Intensitätszunahme

$$\varrho_1'' = \frac{\varrho_2' c W}{4} \cdot \frac{4}{c(A_1+W)} = \frac{\varrho_1 W^2}{(A_1+W)(A_2+W)} ,$$

von welcher der entsprechende Bruchteil in Raum 2 gelangt, und dort die Intensitätszunahme

$$\varrho_2'' = \frac{\varrho_1'' c W}{4} \cdot \frac{4}{c(A_2+W)} = \frac{\varrho_1 W^3}{(A_1+W)(A_2+W)^2}$$

bewirkt. Summierung aller dieser Teilbeträge, die eine unendliche geometrische Reihe bilden, ergibt schließlich die stationäre Schalldichte

$$\varrho_1 = \frac{4P}{c(A_1+W)(1-\Theta)} \text{ mit } \Theta = \frac{W^2}{(A_1+W)(A_2+W)} .$$

Ist andererseits α der wirksame Schluckgrad der Fensteröffnung, so folgt für die Energiedichte auf direktem Wege

$$\varrho_1 = \frac{4P}{c(A_1+\alpha W)} .$$

Durch Gleichsetzen der beiden letzten Ausdrücke erhält man für den zu berechnenden Schluckgrad der Fensteröffnung

$$\alpha = \frac{1}{1+W/A_2} .$$

E. Skudrzyk

Harry F. Olson, **Tone Guard.** J. Acous. Soc. Am. 12 (1941), H. 1, S. 374.

Es wird ein in der praktischen Ausführung sehr einfaches akustisches Filter beschrieben, das die von dem Tonabnehmer einer Schallplattenschatulle erzeugten Störgeräusche beim Durchgang durch die Öffnung zwischen Deckel und Gehäuse in ausreichender Weise schwächt.

Der Verf. geht davon aus, daß es beim Gebrauch eines Schallplattenspielers unpraktisch ist, Deckel und Gehäuse zur Verminderung des Störgeräusches etwa dadurch abzudichten, daß man Gummi und einen dazugehörigen Verschluß benutzt. Da sich aber wegen der Verwendung von Holz Ritzen, durch die der Störschall hindurchgeht, normalerweise nicht vermeiden lassen, scheint es also vernünftig, diese Luftspalte zu einem brauchbaren akustischen Filter abzuwandeln. Das geschieht nun sehr einfach dadurch, daß an der Stelle, wo Deckel und Gehäuse zusammenstoßen, im Innern des Gehäuses noch eine entsprechende Profilleiste aus Holz, wie aus Abb. 1

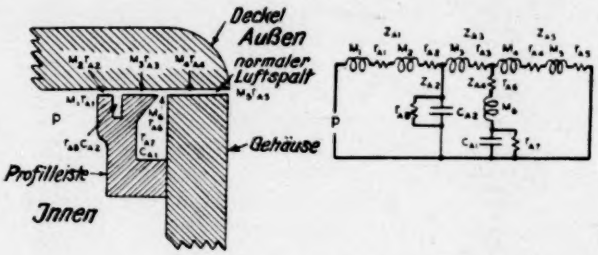

Abb. 1. Querschnitt durch das akustische Filter (links) und elektrisches Ersatzschaltbild (rechts)

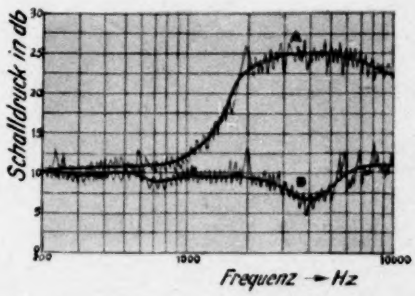

Abb. 2. Frequenzkurve für den Schalldurchgang bei normaler Ausführung (A) von Gehäuse und Deckel und mit eingebautem akustischem Filter (B)

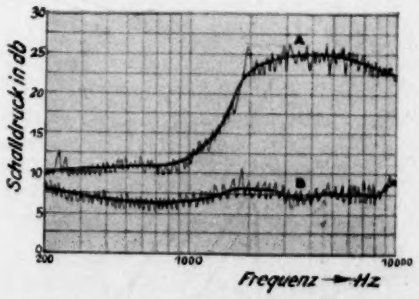

Abb. 3. Frequenzkurve für den Schalldurchgang bei normaler Ausführung (A) und bei festverschlossenem Gehäuse (B)

zu erkennen ist, angebracht wird. Beim Schalldurchgang wirkt diese Anordnung wie ein Tiefpaßfilter, für welches die entsprechende elektrische Er-

satzschaltung in Abb. 1 mit eingetragen ist. Bei der Dimensionierung des Filters wurde berücksichtigt, daß das Störgeräusch, wie eine Untersuchung des Spektrums ergab, unterhalb von 1000 Hz nur wenig Energie enthält.

Die erreichte Wirkung ist aus Abb. 2 zu ersehen, wo die Frequenzkurven für den Schalldurchgang bei normaler Ausführung (*A*) und mit eingebautem akustischem Filter (*B*) aufgetragen sind.

Aus Abb. 3, wo die normale Ausführung (*A*) mit einem mit Wachs fest verschlossenen Gehäuse (*B*) verglichen wird, erkennt man übrigens, daß die mit dem einfachen akustischen Filter versehene Ausführung einem festverschlossenen Gehäuse in bezug auf die Dämpfung des Störgeräusches praktisch gleichwertig ist. LIPPERT

GRANT FAIRBANKS, **Recent Experiment Investigations of Vocal Pitch in Speech.** J. Acous. Soc. Am. 11 (1940), S. 457.

Verf. berichtet über die Ergebnisse von 4 innerhalb seines Institutes durchgeführten Arbeiten über die Grundtonhöhe der Sprache.

1. Bei der Aussprache eines bestimmten Satzes in verschiedenen Emotionszuständen (Zufriedenheit, Ärger, Furcht, Kummer, Gleichgültigkeit) ergeben sich ganz verschiedene Bilder für den Verlauf der Grundtonhöhe. Auch subjektiv lassen sich die betreffenden Emotionszustände aus der Art der Aussprache von der überwiegenden Mehrzahl der Beobachter richtig erkennen.

2. Die statistische Verteilung der Grundtonhöhe von Vokalen aus gesprochenem Text und deren Beziehung zu der Gesamtausdehnung des Tonhöhenbereiches der Singstimme werden untersucht. Es zeigt sich, daß der Singbereich zwar stets weit höher hinauf reicht als die höchsten in der Sprachmelodie vorkommenden Grundtöne, daß aber andererseits die tiefsten Grundtöne der gesprochenen Vokale vielfach wesentlich tiefer liegen als die untere Grenze der Singstimme. Zwischen dem mittleren Tonhöhenniveau der Sprache und der unteren Singgrenze liegt ein Intervall, das ziemlich genau der 4. Teil des gesamten Singbereiches (einschließlich Falsett-Stimme) ist.

3. Die Untersuchung der statistischen Verteilung der Grundtöne im gesprochenen Text eines bestimmten Sprechers für seine normale sowie für mehrere verschiedenartig veränderte Aussprachearten ergibt folgendes: Die mittlere Tonhöhe der Sprachmelodie betrug 92 Hz bei sehr tiefer Aussprache, 122 Hz bei normaler Aussprache und 212 Hz bei sehr hoher Aussprache; d. h. die mittlere Sprechtonhöhe konnte je nach der Absicht des betreffenden Sprechers, der freilich einen Extremfall darstellte, um mehr als 1 Oktave verschoben werden. Bei einer innerhalb des Textes sehr stark variierten Aussprache (betontes Deklamieren) erstreckte sich bei diesem Sprecher die Verteilung der Grundtonhöhe der Vokale ziemlich gleichmäßig über nahezu 2 Oktaven, während sich die Tonhöhe bei wenig variierter (bewußt eintöniger) Aussprache naturgemäß auf einen engen Bereich von etwa $^3/_4$ Oktave zusammendrängte. Für mehrere durchschnittliche Sprecher wurde im Mittel eine Veränderung der mittleren Sprechtonhöhe zwischen 123 und 155 Hz bei tiefer bzw. hoher Aussprache festgestellt.

4. Während des Stimmbruchs geht die mittlere Grundtonhöhe gesprochener Vokale um nahezu eine Oktave herunter. Bei männlichen Sprechern wurden folgende Werte in Abhängigkeit vom Alter beobachtet: 270 Hz (10 Jahre), 242 Hz (14 Jahre), 137 Hz (18 Jahre), 132 Hz (Erwachsene). Ferner wurden Einzelheiten über Fälle von abnormalem Stimmbruch untersucht. E. THIENHAUS

R. N. MARSHALL und W. R. HARRY, **A New Microphone Providing Uniform Directivity over an Extended Frequency Range.** J. Acous. Soc. Am. 12 (1941), Heft 2, S. 481.

Es wird ein neues Mikrophon beschrieben mit einer praktisch gleichmäßigen Richtcharakteristik über einen breiten Frequenzbereich.

Bei der Verwendung eines Richtmikrophons bewirkt die Änderung der Richtcharakteristik mit der Frequenz, wie praktische Versuche gezeigt haben, eine ähnliche Verschlechterung der Hörsamkeit wie ein ungeeigneter Frequenzgang der Nachhallzeit des Aufnahmeraumes. Dieser Fehler wird bei dem beschriebenen Mikrophon bei guter Empfindlichkeit und geeigneter Form der Richtcharakteristik soweit wie möglich vermieden.

Das Mikrophon besteht aus einer Kombination zweier Elemente, von denen das eine auf den Schalldruck und das andere auf den Gradienten des Schalldrucks anspricht. Um die Einzelheiten des Aufbaues besser begründen zu können, werden von den Verfassern einige theoretische Erläuterungen vorweggeschickt.

Zur Beurteilung der Richtwirkung eines Mikrophons ist im Jahre 1938 von der Am. Stand. Assoc. ein Richtwirkungsindex I eingeführt worden.

$$I = \frac{\text{Schalleistung über alle Einfallsrichtungen gemittelt}}{\text{Schalleistung bei senkrechtem Einfall}} = \frac{\int_0^{4\pi} f^2(\Omega)\, d\Omega}{4\pi}.$$

$f(\Omega)$ ist dabei das Verhältnis der Mikrophonausgangsspannung bei einem Einfallswinkel Ω zu der bei senkrechtem Einfall ($\Omega = 0$). Mit diesem Richtwirkungsindex I wird jedoch die Richtwirkung eines Mikrophons nicht vollständig beschrieben. Z. B. erhält man sowohl bei einer kardioidförmigen

als auch bei einer achterförmigen Richtcharakteristik einen Richtwirkungsindex $I = 0{,}33$. Für den praktisch häufigen Fall, daß der erwünschte Schall hauptsächlich von der einen Seite des Raumes auf das Mikrophon einfällt, der Störschall dagegen von der anderen, halten die Verfasser einen etwas anders definierten Richtwirkungsindex J für geeigneter:

$$J = \frac{\text{Mittlere Schalleistung über alle Einfallswinkel der hinteren Halbkugel}}{\text{Mittlere Schalleistung über alle Einfallswinkel der vorderen Halbkugel}}$$

Eine genaue Beurteilung der Richtwirkung ist jedoch nur möglich bei Kenntnis der speziellen Kurvenform der Richtcharakteristik.

Schaltet man die Ausgangsspannungen eines Druck-Elements (e_p) und eines Druck-Gradient-Elements (e_g für $\Omega = 0$) in Reihe, so erhält man unter der Annahme, daß die Empfindlichkeit des Druck-Elements unabhängig von Ω, diejenige des Druck-Gradient-Elements proportional zu $\cos\Omega$ sei und daß beide Ausgangsspannungen in Phase seien, für die Gesamtausgangsspannung E_Ω des Mikrophons folgende Richtcharakteristik:

$$E_\Omega = e_p + e_g \cos\Omega \,. \tag{1}$$

Bei gleicher Empfindlichkeit der beiden Elemente ergibt sich aus Gl. (1):

$$E_\Omega = e_p\,(1 + \cos\Omega)\,, \tag{2}$$

die bekannte Gleichung für eine Kardioide.

In der Abb. 1 sind die oben erläuterten Richtwirkungsindizes I und J bei verschiedener Empfindlichkeit der beiden Elemente aufgetragen. Man sieht, daß I ein Minimum von 0,25 erreicht bei 25 % Spannungsanteil des Druck-Elements und daß sowohl bei 50 % Spannungsanteil mit kardioidförmiger Charakteristik als auch bei 100 % Spannungsanteil des Druck-Gradient-Elements mit achterförmiger Charakteristik I den höheren Wert von 0,33 annimmt. J hat dagegen ein Minimum bei 40 % Spannungsanteil des Druck-Elements.

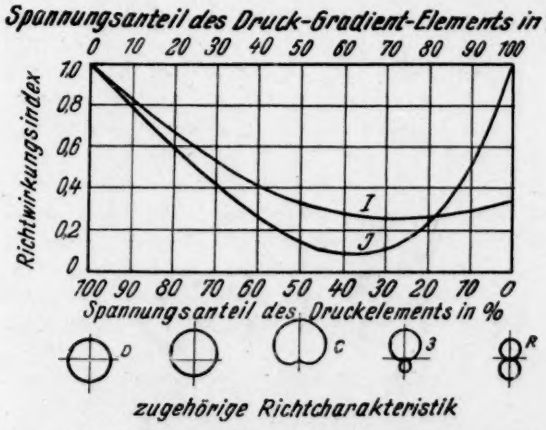

Abb. 1. Änderung der Richtwirkungsindizes I und J bei verschiedenem Anteil des Druck- und des Druck-Gradient-Elements an der Ausgangsspannung

Für die Empfindlichkeit eines einfachen Tauchspul-Druckmikrophons (s. Abb. 2) kann man bei genügend kleinen Abmessungen im Vergleich zur Wellenlänge schreiben:

$$\frac{e_p}{p} = \frac{B\,l\,A_p}{Z_p}\,. \tag{3}$$

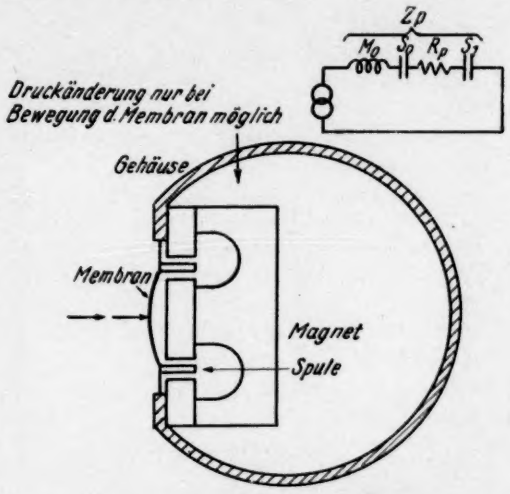

Abb. 2. Einfaches Tauchspul-Druckmikrophon mit Ersatzschaltung

Dabei bedeuten:

p = Schalldruck an der Membran,
e_p = im Leiter induzierte Spannung,
B = Flußdichte des Magnetfeldes, in dem sich der Leiter bewegt,
l = Länge des Leiters,
A_p = Membranfläche,
Z_p = mechanische Impedanz der Membran und des damit gekoppelten Tauchspulsystems.

Eine hohe und von der Frequenz unabhängige Empfindlichkeit erreicht man nach Gl. (3), wenn Z_p möglichst klein und frequenzunabhängig, z. B. ein Ohmscher Widerstand, ist. Aus dem Ersatzschaltbild (s. Abb. 2) erkennt man, daß Z_p bei den hohen Frequenzen durch die Masse des beweglichen Systems (M_0) und bei den tiefen Frequenzen durch die Steife der Membran (S_0) und des im Gehäuse eingeschlossenen Luftvolumens (S_1) bestimmt wird. Praktisch brauchbare Empfindlichkeiten bei kleinem Z_p und kleinen Blindkomponenten von Z_p gegenüber dem Reibungswiderstand R_p lassen sich mit dem einfachen Mikrophon nach Abb. 2 jedoch nur bei extrem kleinem Gewicht des beweglichen Systems und bei einem großen Luftvolumen im Gehäuse erreichen.

Das Druck-Gradient-Element besteht aus einem Bändchenmikrophon. Abb. 3 zeigt eine schematische

Darstellung mit dem zugehörigen Ersatzschaltbild. Die Spannung, die in einem ebenen Schallfeld in dem Bändchen erzeugt wird, ist nach Olson:

$$(4) \quad e_g = 2\,k\,c\,\varrho\,A\cos(k\,c\,t)\cdot\sin(k\,d)\,\frac{B\,l}{Z_g + Z_A}\cdot 10^{-8}\,.$$

Dabei ist:

$k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{c} = \frac{\omega}{c}$,
c = Schallgeschwindigkeit,
ϱ = Dichte der Luft,
A = Amplitude des Geschwindigkeitspotentials,
d = $^1/_2$ des zusätzlichen Weges, den der Schall zurücklegen muß, um an die Rückseite des Bändchens zu gelangen,
Z_g = mechanische Impedanz pro Flächeneinheit des Bändchens,
Z_A = mechanische Impedanz pro Flächeneinheit der mitschwingenden Luft,
B = Flußdichte des Magnetfeldes,
l = Länge des Bändchens,
t = Zeit.

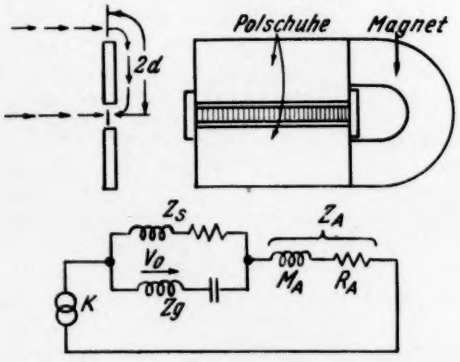

Abb. 3. Einfaches Bändchenmikrophon mit Ersatzschaltung

Bei genügend kleinem Luftspalt zwischen Bändchen und Polschuhen ist die Impedanz des Luftspaltes Z_s groß und gegen Z_g zu vernachlässigen. Ist der Strahlungswiderstand R_A des Bändchens klein gegen den Massenwiderstand der mitschwingenden Luft und setzt man $Z_g + Z_A = i\,\omega\,M$, so vereinfacht sich Gl. (4) für Frequenzen, für die $\frac{\omega\,d}{c} < 1$ gilt, zu:

$$(5) \quad \frac{e_g}{p} = \frac{2\,d\,B\,l\cdot 10^{-8}}{c\,M}\,.$$

D. h. aber, daß unter diesen Voraussetzungen die Empfindlichkeit des Bändchens proportional mit d und frequenzunabhängig ist. Sind die Voraussetzungen der Gl. (5) nicht erfüllt, so nimmt die Empfindlichkeit ab. Damit Z_g als Massenwiderstand wirkt, muß das Bändchen als Kolben, also ohne Unterteilungen, schwingen, und die Eigenfrequenz muß tiefer liegen als die tiefste zu übertragende Frequenz.

Setzt man in Gl. (5) die physikalischen Konstanten des Bändchens ein, so erhält man:

$$(6) \quad \frac{e_g}{p} = \frac{2\,B\,d\sqrt{F\,b\,R}}{(b\,\delta + K)\,c\sqrt{\sigma}}\cdot 10^{-8}\,,$$

wobei R der elektrische Widerstand des Bändchens ist:

$$R = \frac{l\,\sigma}{a\,b}\,.$$

Es ist:

a = Breite des Bändchens,
b = Dicke des Bändchens,
σ = spezif. elektr. Widerstand des Bändchenmaterials,
δ = Dichte des Bändchenmaterials,
K = Masse der mitschwingenden Luft pro Flächeneinheit,
F = Fläche einer Seite des Bändchens.

Aus den vorstehenden Erläuterungen über die Arbeitsweise eines Tauchspul- und eines Bändchenmikrophons ist zu entnehmen, daß die Eigenschaften im allgemeinen von einer großen Zahl von Parametern abhängen und daß es bei einer praktischen Ausführung nicht leicht möglich ist, die geforderten Einschränkungen in einem genügend großen Frequenzbereich zu erfüllen, um die vereinfachten Gl. (3) und (6) benutzen zu können.

Bei der Gl. (2) war z. B. angenommen worden, daß die Ausgangsspannungen der beiden Elemente sowohl nach Betrag als auch nach Phase übereinstimmen. Diese Bedingung muß vor allen Dingen für den Einfallswinkel $\Omega = 180^0$ möglichst gut erfüllt werden, was bei den hohen Frequenzen, wo die Abmessungen und die Entfernung der beiden Elemente nicht mehr klein gegen die Wellenlänge sind, auf grundsätzliche Schwierigkeiten stößt.

Im folgenden sollen nun die wichtigsten Einzelheiten mitgeteilt werden, mit denen praktisch eine befriedigende Lösung erzielt wurde. Abb. 4 zeigt eine schematische Darstellung und das Ersatzschaltbild des verwendeten Tauchspulmikrophons. Es stellt eine verbesserte Ausführung des in Abb. 2 dargestellten einfachen Systems dar. Für die hohen Frequenzen sind die zusätzlichen Elemente des gedämpften Kreises (S_1, M_2, R_2) wirksam, während bei den tiefen Frequenzen die Einführung von M_T, R_T die Verwendung eines kleinen Gehäuses ermöglicht. Dieses Tauchspulmikrophon hat wegen der verwendeten guten Magnete einen hohen Wirkungsgrad bei kleinen Abmessungen und hat sich auch schon allein als Druckmikrophon bewährt. Abb. 5 und 6 zeigen die im Eichfeld aufgenommenen Frequenzkurven für den Betrag und die Phase der Ausgangsspannung. Dabei ist für die hohen Frequenzen das Ansteigen der Ausgangsspannung bei $\Omega = 0^0$ und das Abfallen bei $\Omega = 180^0$, wie sich noch zeigen wird, erwünscht.

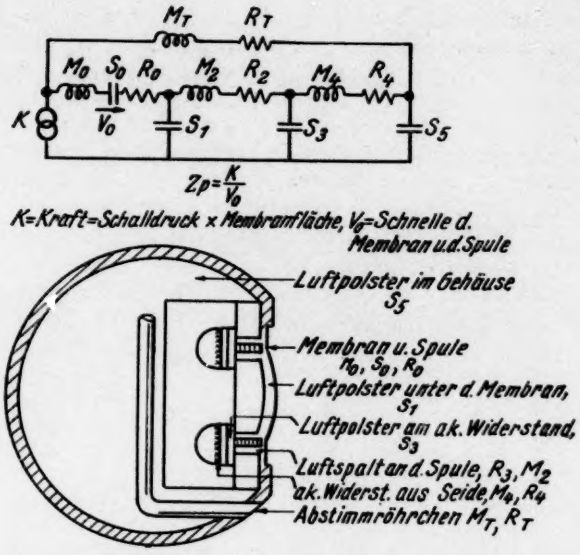

Abb. 4. Schematische Darstellung und Ersatzschaltbild des verwendeten Tauchspulmikrophons.

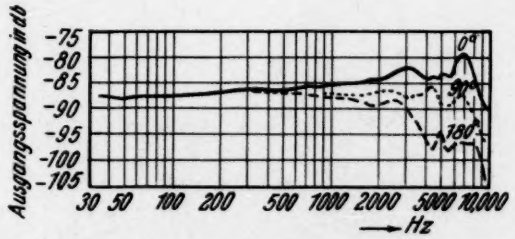

Abb. 5. Frequenzeichkurve des verwendeten Tauchspulmikrophons bei verschiedenen Einfallswinkeln

Bei der Ausführung des Bändchenmikrophons ist nicht nur hoher Wirkungsgrad bei kleinen Abmessungen erforderlich, sondern es soll auch möglichst robust und unempfindlich gegen Windstörungen sein. Die größtmöglichte Empfindlichkeit erhält man für eine Bändchendicke, bei der $b\,\delta = K$ ist, d. h. wenn die Bändchenmasse gleich der mitschwingenden Luftmasse ist. Das führt bei reinem Aluminium als Bändchenmaterial auf eine optimale Dicke von etwa 0,0025 mm. Reines Aluminum erfüllt übrigens die zweite nach Gl. (6) für hohe Empfindlichkeit zu fordernde Bedingung, daß $\delta\sqrt{\sigma}$ möglichst klein sein soll, besser als irgendein anderes Material. Die verwendete Bändchendicke ist um das 2,5fache gegenüber der optimalen Dicke vergrößert worden. Dadurch wird die Steife etwa um das 15fache heraufgesetzt, während die Windstörungen um etwa 10 db vermindert werden und die Einbuße an Empfindlichkeit lediglich 10 % beträgt. Durch die größere Steife wird die Resonanzfrequenz des Bändchens auf 40 Hz erhöht. Zur Vermeidung von störenden Oberschwingungen ist das Bändchen nicht wie üblich in der ganzen Länge mit einer Querriffelung versehen, sondern nur an den beiden Enden, während es in dem mittleren Teil in der Längsrichtung versteift ist. Abb. 7 zeigt das Ersatzschaltbild des Bändchenelements zusammen mit der elektrischen Entzerrungsschaltung. Es bedeuten:

M_r = Bändchen- und mitschwingende Mediummasse,
S_r = Steife des Bändchens,
R_A = Strahlungswiderstand des Bändchens,
R_e = elektrischer Widerstand des Bändchens.

Durch die Induktivität L_1 und den Widerstand R_1 wird die Resonanzstelle bei 40 Hz gedämpft und außerdem der Phasenverlauf dem des Tauchspulmikrophons angeglichen, wie in Abb. 6 zu erkennen ist. Der noch übrigbleibende Phasenunterschied bei den hohen Frequenzen ist durch einen einfachen Tiefpaßentzerrer auf weniger als 15° unterhalb von 8000 Hz ausgeglichen worden. Dieser Entzerrer bewirkt auch in erwünschter Weise einen Abfall der Frequenzkurve für das Bändchenmikrophon oberhalb von 2000 Hz; denn bei den hohen Frequenzen wird die geforderte Richtwirkung nicht nur durch

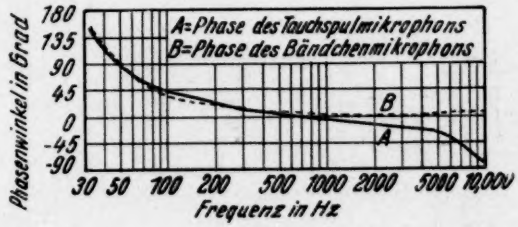

Abb. 6. Phasenverlauf des Tauchspul- und des Bändchenmikrophons

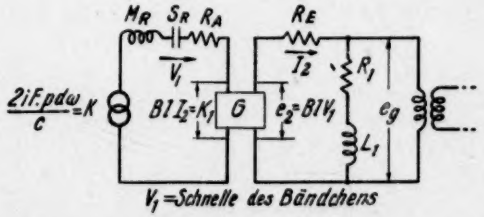

Abb. 7. Ersatzschaltung des verwendeten Bändchenmikrophons mit elektrischem Entzerrer

Spannungskompensation beider Elemente erreicht, sondern es wird vor allen Dingen die auf Beugung beruhende Richtwirkung des Tauchspulmikrophons (s. Abb. 5) ausgenutzt. Das Ansteigen der Frequenzkurve des Tauchspulmikrophons für $\Omega = 0°$ erfordert aber gerade einen Abfall beim Bändchenmikrophon.

Abb. 8 zeigt die mit dem entwickelten Mikrophon erreichte Richtwirkung bei kardioidförmiger Richtcharakteristik in Abhängigkeit von der Frequenz.

Die Empfindlichkeit für $\Omega = 0^0$ und die Form der Richtcharakteristik sind in praktisch ausreichender Weise konstant von 50 . . . 9000 Hz. Die Unregelmäßigkeiten bei den höheren Frequenzen werden nicht so sehr durch mangelhaften Abgleich der Elemente als durch Reflexionen an dem ziemlich harten Schutz- und Windschirm hervorgerufen. Durch einfache Schaltmaßnahmen läßt sich das Verhältnis

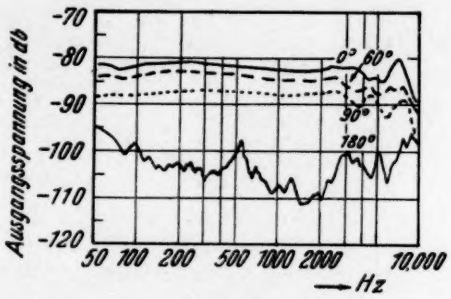

Abb. 8. Gesamtfrequenzkurve bei kardioidförmiger Richtcharakteristik

der Spannungsanteile der beiden Elemente und damit die kardioidförmige Richtcharakteristik noch verändern. Außer kreis- und achterförmiger Charakteristik kann man auch noch eine solche mit einem Minimum an Empfindlichkeit für $\Omega = 110^0$, 130^0 oder 150^0 wählen.

Zum Schluß wird über einige praktische Anwendungen berichtet. Es wird gezeigt, daß sich mit dem entwickelten Mikrophon in ungünstigen Aufnahmeräumen eine Verbesserung des Klangeindrucks und in Räumen mit einer Übertragungsanlage eine Verminderung des Schwingeinsatzes oder Vergrößerung der möglichen Verstärkung erzielen läßt.

LIPPERT

W. D. LEWIS und F. V. HUNT, **A Theory of Tracing Distortion in Sound Reproduction from Phonograph Records.** J. Acous. Soc. Am. 12, S. 348—365.

Die Verfasser untersuchen das geometrische Problem des Abtastvorganges. Selbst unter der Annahme eines idealen, undeformierbaren Schallträgers und eines idealen Tonabnehmers — der auch bei Seitenschrift eine Vertikalbewegung der Nadel zuläßt — kann die Nadelspitze wegen ihrer endlichen Abmessungen nicht genau der aufgezeichneten Tonspur folgen. Die Größe der auf diese Weise entstehenden „Spurverzerrung" wird für Tiefen- und Seitenschrift auf rechnerischem Wege ermittelt.

Zunächst werden die Bewegungsgleichungen für die Auslenkung der Nadelspitze abgeleitet. Auf Grund dieser Gleichungen werden die Spurverzerrungen für einige charakteristische Tonaufzeichnungen berechnet, und zwar für eine Sinusschwingung, 2 Sinusschwingungen, n Sinusschwingungen und für ein kontinuierliches Spektrum. Bei den Betrachtungen wird vorausgesetzt, daß der verwendete Tonabnehmer eine Wiedergabespannung erzeugt, die der Nadelgeschwindigkeit proportional ist. Die Rechnung berücksichtigt nichtlineare Glieder zweiten und dritten Grades. Glieder höherer Ordnung sind vernachlässigt, da ihr Einfluß unbedeutend ist.

Enthält die Platte nur einen Sinuston, so entsteht bei Tiefenschrift im wesentlichen die 2. Harmonische. Die Rechnung ergibt einen quadratischen Klirrfaktor D_2 von der Größe

$$D_2 = \frac{\pi r f V_1}{V^2}.$$

Hierin bedeutet:

V = Rillengeschwindigkeit,
V_1 = aufgezeichnete Geschwindigkeitsamplitude,
f = Frequenz,
r = Krümmungsradius der Nadelspitze.

Bei Seitenschrift entstehen wegen der symmetrischen Anordnung keine quadratischen Verzerrungen. Es bleibt ein kubischer Klirrfaktor D_3 von der Größe

$$D_3 = \frac{3\pi^2 r^2 V_1^2 f^2}{V^4}.$$

Sind 2 Sinusschwingungen aufgezeichnet, so liegen die Verhältnisse komplizierter. Als Verzerrung zweiten Grades wird definiert: Geometrische Summe der Geschwindigkeitsamplituden aller Ober- und Kombinationstöne zweiten Grades zur geometrischen Summe der Geschwindigkeitsamplituden der Grundtöne. Entsprechendes gilt für die Verzerrungen dritten Grades. Die so definierten Verzerrungen werden berechnet. Da dies zu ziemlich verwickelten Ausdrücken führt, werden außerdem eine Anzahl Schaubilder gebracht, aus denen für gewisse Fälle die Verzerrungen entnommen werden können. Werden z. B. 300 Hz und 7000 Hz mit je 5 cm/s aufgezeichnet, so ergeben sich die quadratischen Verzerrungen (Tiefenschrift) zu ungefähr 27 % und die kubischen Verzerrungen (Seitenschrift) zu 2 %. Hierbei ist eine Rillengeschwindigkeit von 50 cm/s, ein Krümmungsradius r von 62 μ und eine obere Grenzfrequenz von 10000 Hz angenommen.

Weiterhin wird gezeigt, daß die quadratischen und kubischen Verzerrungen bei 2 Tönen höchstens ebenso groß werden können wie die Verzerrungen eines Einzeltones der höheren Frequenz und gleicher Energie.

Werden nicht 2, sondern n Töne aufgezeichnet, so ergibt sich, daß die quadratischen Verzerrungen geringer als das 1,5fache und die kubischen Verzerrungen geringer als das 2,5fache der Verzerrungen eines Einzeltones der höchsten Frequenz und gleicher Energie bleiben.

Enthält die Platte ein kontinuierliches Spektrum, so entsteht durch die Nichtlinearität ein zusätzliches Spektrum, das nach den hohen Frequenzen hin ansteigt.

Die bei der Tiefenschrift entstehenden Verzerrungen sind recht erheblich. Es ist vorgeschlagen worden, Tiefenschrift-Platten mit vertauschten Schreiberanschlüssen umzuschneiden. Bei der Wiedergabe der umgeschnittenen Platten kompensieren sich die quadratischen Verzerrungen. Die Verfasser zeigen, daß auch bei vollkommener Kompensation noch kubische Verzerrungen vorhanden sind, die in der gleichen Größenordnung wie bei der Seitenschrift liegen.

Die angegebenen Verzerrungen beziehen sich allein auf die geometrischen Verhältnisse des Abspielvorganges. Beim Abspielen treten jedoch noch andere Erscheinungen auf, z. B. Deformation der Schallrille. In der Praxis wird man daher mit höheren Verzerrungen rechnen müssen als sie sich aus vorstehenden Betrachtungen ergeben.

G. Guttwein

Gerald W. Willard, **Ultrasonic Absorption and Velocity Measurements in Numerous Liquids.** J. Acous. Soc. Am. 12 (1941), S. 438.

Die von verschiedenen Forschern gemessene Schallabsorption in Flüssigkeiten bei Ultraschallfrequenzen ist durchweg wesentlich größer als die nach der klassischen Theorie berechnete. Die zur Klärung dieser Frage erforderlichen Messungen wurden bisher nur in beschränktem Umfang ausgeführt, obwohl die von Debye-Sears und Lucas-Biquard gefundene Lichtbeugung an Ultraschallwellen ein einfaches Verfahren zur Bestimmung der Absorption in transparenten Flüssigkeiten bietet. Diese Umstände veranlaßten den Verfasser, die Absorption und Geschwindigkeit des Schalles in zahlreichen Flüssigkeiten zu messen. Er verwendete dazu eine neue Abart der Lichtbeugungsmethode, die zur schnellen Bestimmung des Absorptionskoeffizienten besonders geeignet ist.

Abb. 1 zeigt ein Schema der Meßanordnung. Da viele der untersuchten Flüssigkeiten starke Lösungsmittel sind, durften zum Aufbau des Meßtroges keine gewöhnlichen Bindemittel benutzt werden. Die Kanten der Glasplatten G wurden zunächst chemisch versilbert und verkupfert, dann mit der Kupferfolie CF, die den Boden des Gefäßes bildet, verlötet. Die auf Innenseite und Kanten ebenso verkupferten Quarze Q_1 und Q_2 wurden, wie in der Zeichnung angedeutet, ebenfalls an den Kanten mit der Kupferfolie verlötet. Die äußeren Elektroden der Quarze wurden durch angedrückte Aluminiumklötze geeigneter Größe gebildet. Infolge der starken Dämpfung durch die Flüssigkeit schwingen nur die auf beiden Seiten mit Elektroden belegten Teile des Quarzes; durch Auswechseln der Al-Elektroden konnte somit leicht die Breite des Schallstrahles verändert werden. Zur Messung wurde jeweils ein Quarz in seiner Grundschwingung 6,57 bzw. 10,34 M Hz oder in der 3. Harmonischen d. h. 19,7 bzw. 31,0 M Hz erregt, während ein gegenüber angebrachter Schluckstoff P die Ausbildung stehender Wellen verhinderte.

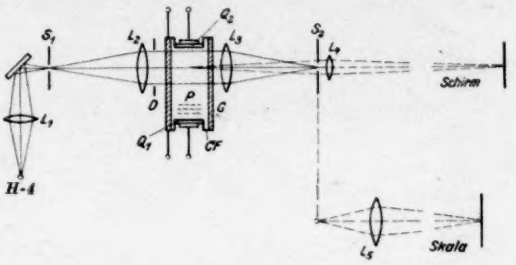

Abb. 1. Meßanordnung schematisch

Das Licht der Hg-Dampflampe H-4 durchsetzt den Trog als paralleles Strahlenbündel, dessen Breite durch die Blende D begrenzt wird. Die Linsen L_2 und L_3 bilden den als Lichtquelle dienenden Spalt S_1 in der Ebene des Spaltes S_2 ab. S_2 wird so eingestellt, daß nur das Spaltbild nullter Ordnung hindurchgelassen wird. L_4 bildet die Mittelebene des Schallstrahles auf den Schirm ab. Der Trog ist in Richtung des Schallstrahles verschiebbar, um die Absorption längs des Schallweges messen zu können. Für Schallgeschwindigkeitsmessungen werden S_2 und L_4 durch die Linse L_5 ersetzt, die die Beugungsspektren auf eine Skala abbildet.

Bei richtiger Einstellung von S_1 und S_2 überträgt jeder Teil des Schallstrahles auf eine bestimmte Stelle des Schirmes eine Lichtmenge, die eine Funktion der Schallamplitude an der betreffenden Stelle des Strahles ist. In Abb. 2 ist die relative Intensität

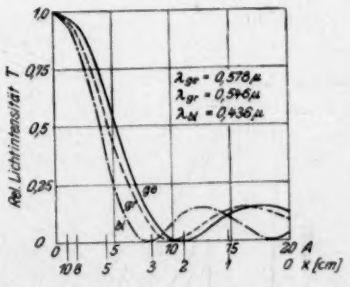

Abb. 2. Relative Lichtintensität T im Beugungsbild nullter Ordnung in Abhängigkeit von der relativen Schallamplitude A und vom Abstand x von der Schallquelle

T der gelben, grünen und blauen Linien des Quecksilberbogens in der nullten Ordnung als Funktion der relativen Schallamplitude A aufgetragen. Es ist $T = J_0^2 (2\pi \Delta n\, l/\lambda)$; J_0 Besselsche Funktion

nullter Ordnung, l Lichtweg in der Schallwelle, λ Lichtwellenlänge, Δn maximale Änderung des Brechungsindex (proportional der Schallamplitude A).

Der Absorptionskoeffizient α für die Schallamplitude läßt sich nun auf einfache Weise bestimmen durch Vergleich derjenigen Spannungen am Quarz, die an zwei durch bekannten Abstand getrennten Stellen des Schallweges gleiche Schallamplituden und damit gleiche optische Bedingungen erzeugen. Es ist zunächst die Schallamplitude am Quarz proportional der Spannung am Quarz: $A_Q = k\, V_Q$. Die Amplitude im Abstand x vom Quarz ist $A_x = A_Q\, e^{-\alpha x}$. Sind V_1 und V_2 diejenigen Spannungen, die im Abstande x_1 und x_2 cm gleiche Amplituden hervorrufen, so gilt $V_2/V_1 = \exp.\,[\alpha\,(x_2 - x_1)]$ und

$$\alpha = \frac{\log_e V_2/V_1}{x_2 - x_1} \text{ Neper/cm}.$$

Gleiche Schallamplituden können grundsätzlich durch Messung der Lichtintensitäten mittels Photozelle festgestellt werden; da jedoch die Lichtausbeute ziemlich gering war, wurden statt dessen in den meisten Fällen die charakteristischen Farbeffekte hierzu benutzt, die sich aus der Verwendung der Hg-Bogenlichtquelle in Verbindung mit der Zweispaltanordnung ergaben. Die untere Abszissenskala in Abb. 2 gilt unter der Annahme einer relativen Schallintensität von 20 Einheiten am Quarz und einer Flüssigkeit mit $\alpha = 0{,}3$. Man sieht, daß für $x = 8$ cm alle drei Farben nahezu gleichstark übertragen werden, die Farbe der Lichtquelle somit unverändert erscheint. Bei Annäherung an die Schallquelle ändert sich die Farbe allmählich in Gelb bei $x = 3$ cm. Es folgt ein schwacher grüner Bereich bei $x = 2{,}5$ cm und ein starkes blaues Band zwischen 2,5 und 2 cm, das für die Messungen benutzt wurde. Wird die Schallenergie gegenüber der Annahme in Abb. 2 verstärkt oder geschwächt, so verschiebt sich die Farbenfolge als Ganzes von der Schallquelle fort oder auf die Schallquelle zu, wobei jede Farbe einer bestimmten Schallamplitude zugeordnet bleibt. Eine Flüssigkeit größerer oder kleinerer Absorption bewirkt ein Zusammen- oder Auseinanderziehen der Farbenfolge.

Zur Ermittlung der Schallgeschwindigkeit wurde der Winkelabstand der Beugungsspektren 3. Ordnung für die Grundschwingung des Quarzes, bzw. 1. Ordnung für die 3. Harmonische gemessen. Alle Messungen wurden auf Wasser mit der Schallgeschwindigkeit $1{,}5 \cdot 10^5$ cm/sec bezogen.

Der Verfasser teilt die Ergebnisse seiner Messungen an etwa 40 reinen organischen Flüssigkeiten, einigen Mischungen verschiedener Zusammensetzung und Lösungen fester Stoffe in Flüssigkeiten in Tabellen und Kurvenbildern ausführlich mit. Die Schallgeschwindigkeit ist hiernach in dem untersuchten Frequenzbereich unabhängig von der Frequenz, der Absorptionskoeffizient proportional dem Quadrat der Frequenz. Die gemessenen Werte sind bis zu 1000 mal größer als die nach der Theorie aus Reibungs- und Wärmeleitungsverlusten berechneten. Als Erklärung für diese Abweichung nimmt der Verfasser neben den in früheren Arbeiten genannten Gründen an, daß der in hochfrequenten Kompressionswellen wirksame Koeffizient der inneren Reibung möglicherweise stark von dem in üblicher Weise gemessenen abweicht. Es wird darauf hingewiesen, daß der Absorptionskoeffizient durch Verunreinigungen in der Regel stark herabgesetzt wird; das Gemisch Azeton-Wasser bildet hiervon eine Ausnahme.

Die Genauigkeit der gemessenen Werte wird für die Geschwindigkeit mit 0,5%, für den Absorptionskoeffizienten mit etwa 50% angegeben. Der Diskussion der hierfür verantwortlichen Fehlerquellen widmet der Verfasser einen großen Teil seiner Arbeit. So können erhebliche Fehler durch die Streuung der Schallwellen in der Flüssigkeit, und zwar sowohl durch Strahlverbreiterung als auch durch ungleichförmige Energieverteilung über den Strahlquerschnitt verursacht werden. Diese Energieverteilung läßt sich auf Grund der Fresnelschen Beugungserscheinungen am Spalt berechnen; sie hängt ab von der Breite der Schallquelle, der Schallwellenlänge und dem Abstand von der Schallquelle. Mit Hilfe dieser Energieverteilungskurven, die nach Ansicht des Verfassers in früheren Arbeiten nicht genügend beachtet wurden, wird gezeigt, daß je nach der Meßmethode erhebliche Fehler bei der Bestimmung des Absorptionskoeffizienten unterlaufen können. Schließlich wird nach einer von Lucas angegebenen und vom Verfasser auch experimentell geprüften Formel diejenige Schallstrahlbreite berechnet, bei der sich die Lichtstrahlen noch nicht innerhalb des Schallstrahles schneiden; bei Überschreitung dieser Breite läßt sich die in die nullte Ordnung abgebeugte Lichtintensität nicht mehr auf übersichtliche Weise berechnen. Bei den Messungen wurde diese zulässige Strahlbreite in der Regel nicht überschritten, praktisch ist bei dem hier angewendeten Meßverfahren eine Grenze erst durch das Ausbleiben definierter Farbeffekte gegeben.

H. F. Gerdien

Walter Hensel, **Intonation und Lautgebung psychologisch verschiedenartiger Vortragsstücke bei Lloyd James.** Mit 73 Tafeln. Heft 11 der Experimentalphonetischen Untersuchungen: Lebendige Sprache. Walter de Gruyter & Co., Berlin 1940. Preis 8,— RM.

Lloyd James, Professor der Phonetik in London, spricht auf Schallplatte eine Erzählung „The Wreck of the Titanic" und zwei Anekdoten: „The skeeters" und „Am and Heggs". In der Erzählung ist der Melodieverlauf ohne größere Schwankungen,

in den Anekdoten ist das Sprechtempo schneller, so daß besonders lange Vokale und Diphtonge verkürzt werden. Nur zur Erzielung bestimmter Wirkungen werden einige kurze Vokale überdehnt. Daraus wird verallgemeinert, daß Dehnungen mit gleichzeitiger lebhafter Tonhöhenbewegung einen warmen Gefühlston ausmachen. Der auf den Vokal folgende Konsonant beeinflußt die Dauer des Vokals. So ist zu bemerken, daß stimmhafte Konsonanten den Vokal dehnen, stimmlose dagegen verkürzen. Das schnellere Tempo des Sprechens der Anekdoten wirkt sich außerdem auf die Konsonanten aus. Die stimmlosen Verschluß- und Reibelaute sind am meisten davon betroffen. Auch bei vorliegendem Sprecher sind Einflüsse der Grundtonhöhe auf die Klangfarbe der Vokale (Klangfarbe hier gehörmäßig verstanden) und die übliche Beeinflussung der Zungenverschiebung auf die Spannung der Stimmlippen festzustellen. Bei den Auswertungen der Melodiekurven zeigt sich, daß in der Erzählung ein kleinerer Stimmumfang angewandt wird als bei den Anekdoten. Trägt man sämtliche Einsatztonhöhen in ein Diagramm ein, das auch die Häufigkeit der Grundtonfrequenzen wiedergibt, so liegt das Maximum der ersten Kurve unterhalb des Maximums der zweiten. Diese Darstellung zeigt, daß der Sprecher steigende Melodiekurven bevorzugt. Ganz besonders stark tritt diese Erscheinung bei der Schilderung des Schiffsunterganges auf. Bei der Erzählung der Anekdoten ist das Gegenteil, also überwiegender Fallton zu bemerken. Die Gruppenintervalle der Erzählungen werden in zeitlicher Reihenfolge dargestellt, wobei man deutlich ihr Schwanken mit dem Gefühlsinhalt beobachten kann. Aus Kombinationsdiagrammen der Einsatztonhöhen mit den Silbenintervallen geht die im Englischen häufig vorkommende Parallelität von Druck auf der Silbe, Lautdauer, tiefem Einsatz und Silbenintervall hervor.

W. Lottermoser

H. Garmeister, **Die phonetischen Mittel des lyrischen Vortrages bei Miß Armstrong,** verglichen mit den Mitteln des Prosavortrages. Mit 74 Tafeln. Heft 10 der Experimentalphonetischen Untersuchungen: Lebendige Sprache. Walter de Gruyter & Co., Berlin 1940. Preis 8,— RM.

Zwei Platten, auf die Miß Armstrong die „Ode to the West Wind" von Shelley und einen Abschnitt aus dem Handbook of English Intonation gesprochen hat, werden auf ihre Sprachmelodie und die Dauer der Laute untersucht. Zur Veranschaulichung der Ergebnisse werden bei den früheren, ähnlichen Untersuchungen der Schriftenreihe graphische Darstellungen benutzt, aus denen folgendes zu erkennen ist: Um im lyrischen Vortrag den Eindruck des Erhabenen zu erreichen, werden die Vokale überdehnt und eine fast ebene Melodiebewegung angewandt. Trotzdem sind die früher erkannten Gesetzmäßigkeiten der Lautdauer der Vokale nachweisbar. Auch hier findet z. B. eine Zunahme der kürzesten und längsten Dauer der kurzen Vokale in Richtung von i, e, æ (ä) statt. Außerdem wird erneut festgestellt, daß im Englischen kein scharfer Unterschied zwischen der Lautdauer in betonten und der in unbetonten Silben vorkommt. Vergleiche zwischen Lautdauer von Vokal und folgendem Laut lassen ein starkes Hervortreten des Gruppenendes erkennen. Unterschiede der Konsonantendauer bei Poesie und Prosa werden nicht festgestellt. Dagegen unterscheidet sich der lyrische Vortrag vom Prosavortrag darin, daß der Stimmumfang bei ersterem 34 Vierteltöne, bei dem anderen 46 beträgt. Betrachtet man die größten Frequenzschwankungen in der Silbe, so zeigt sich im Englischen, daß das Silbenintervall bei Vortrag und Alltagssprache etwa das gleiche ist. Es wird darin eine englische Eigenschaft erblickt, Gefühlsäußerungen möglichst zu vermeiden. Es ist bemerkenswert, daß das Silbenintervall im Französischen wesentlich kleiner ist als im Englischen und Deutschen, im Russischen ist es jedoch noch größer. Es wird darin geradezu eine nationale Konstante erblickt. Wertet man die Melodiekurven nach den Frequenzintervallen einer Gruppe von Silben aus, die zu einer Ausatmung gehören, so zeigt sich, daß im lyrischen Vortrag geringere Intervalle vorkommen als im Prosavortrag.

W. Lottermoser

Gioacchino Pasqualini, Relazione sulle prove eseguite presso l'Istituto nazionale di elettroacustica per addivenire ad una valutazione obbiettiva delle qualita acustiche di alcuni violini (Bericht über Versuche, die im Nationalen Institut für Elektroakustik durchgeführt wurden, um zu einer objektiven Bewertung einiger Geigen zu gelangen). Auszug aus: La Ricerca Scientifica September 1940, S. 622—639.

Die Darlegung der Grundlagen einer objektiven (schalltechnischen) Prüfung der Klangqualität der Musikinstrumente ist von bemerkenswerter kultureller und vor allem so hoher technischer Bedeutung, daß sie eines der wichtigsten Probleme des Musikinstrumentenbaues darstellt. So eröffnet sie, um ein Beispiel zu nennen, die für eine Weiterentwicklung des Musikinstrumentenbaues außerordentlich bedeutsame Möglichkeit, die zahlreichen alten und neuen Konstruktionen der Instrumentenbauer hinsichtlich ihres klanglichen Wertes objektiv zu prüfen. Das kann unmittelbar geschehen, d. h. ohne langwierige und damit kostspielige, übrigens oft uninteressante Erforschung der Wirksamkeit der Konstruktionen im einzelnen, bei den Verhältnissen im Musikinstrumentenbau eine notwendige Bedingung für genügend weitreichende praktische Auswirkung.

Die wissenschaftliche Bedeutung liegt nicht nur in einem tieferen Einblick in die Bestimmungsstücke der Klangqualität von Musikinstrumenten begründet, sondern auch darin, daß die relativ schnell durchzuführenden objektiven Prüfungen der Klangqualität zu einer Ordnung der in verwirrender Fülle vorliegenden bautechnischen Fragen nach ihrer Bedeutung führen. Damit wird wegen des Fehlens ausreichender theoretischer Grundlagen überhaupt erst ermöglicht, die bedeutsameren Probleme mit Sicherheit zu erkennen, um sie danach einer wissenschaftlich befriedigenden eingehenderen Bearbeitung zu unterziehen.

Die schalltechnische Prüfung der Klangqualität schließt auch Materialprüfungen ein, und ihre Aussagen sind gerade die für den Instrumentenbau wichtigsten. Sie beziehen sich auf die klangliche Eignung des Materials. Darüber kann bei den theoretischen Grundlagen des Instrumentenbaues das sonst übliche Messen elastischer Konstanten nur in den seltensten Fällen befriedigende Auskunft geben.

Zur Frage der objektiven Prüfung der Klangqualität von Musikinstrumenten ist in den letzten Jahren, insbesondere für Geigen, manches gearbeitet worden. Über einen ersten Beitrag von G. Pasqualini wurde bereits berichtet (vgl. Referat in der Akust. Z. 5 (1940), H. 6, S. 368). Die jetzt vorliegende Arbeit bringt eine Würdigung der bisher erschienenen einschlägigen Arbeiten und eine ausführliche Aufstellung der Bedingungen, denen subjektiv eine klanglich gute Geige zu genügen hat. Der äußere Anlaß der Arbeit ist ein Auftrag, der dem I. N. E. A. von dem C. N. R. (Consiglio Nazionale delle Ricerche, Nationaler Forschungsrat) zur Prüfung von Arbeiten (Neubauten und Umarbeitungen) des Geigenbaumeisters Capalbo erteilt wurde.

Zur Durchführung des Auftrages wurde ein Gremium aus Sachverständigen gebildet, das die Geigen subjektiv zu prüfen hatte. Außerdem wurden die Geigen schalltechnisch durch Aufnahmen von Frequenzkurven geprüft, die in früher schon beschriebener Weise (s. oben) gewonnen wurden. Die Umarbeitung der vorher schlechten Geigen brachte nach dem Ergebnis der subjektiven und schalltechnischen Prüfung vollen Erfolg, über den auch in Einzelheiten berichtet wird, die neugebauten Geigen wurden ebenfalls als hervorragend erkannt. „Das Urteil führte zu einem Empfang Capalbos durch den Regierungschef, der den maßgebenden Autoritäten empfahl, Capalbo eine spezielle Unterrichtsaufgabe an der neugegründeten Geigenbauschule von Cremona zu geben, um dort die vornehmste italienische Tradition wieder aufblühen zu lassen." Über das Vorgehen Capalbos wird in einem Anhang berichtet. Es setzt sich zusammen aus Änderungen der Holzdicke und einer Grundierung (Tränkung) des Geigenkörpers mit Harzen. Der Zusammenhang zwischen diesen bautechnischen Maßnahmen und dem physikalischen Ergebnis wird besprochen. Meinel

A. Gigli, **Assorbimento del suono mediante sistemi risonanti.** Alta Frequ. IX (1940), S. 717.

Gegenüber porösen Schallschluckstoffen bieten Resonatorsysteme die Möglichkeit, mit geringem Aufwand auch bei niedrigen Frequenzen hohe Schluckgrade zu erzielen; ihr Nachteil besteht darin, daß dieser hohe Schluckgrad im allgemeinen auf einen schmalen Frequenzbereich in der Umgebung der Resonanzfrequenz beschränkt ist. Solche Resonatorschlucker sind besonders geeignet zur Dämpfung von Geräuschen mit diskontinuierlichem Frequenzspektrum, in dem die mittleren und niedrigen Frequenzen stark enthalten sind.

Eine häufig benutzte Ausführungsform besteht aus einer starren gelochten Platte, die in bestimmtem Abstand von der Wand angebracht ist. Der Verfasser hat die Frequenzcharakteristik eines solchen Systems unter vereinfachenden Annahmen berechnet und Messungen ausgeführt mit dem Ziel, einerseits die Berechtigung dieser Annahmen nachzuprüfen, andererseits Zahlenwerte für den Strömungswiderstand der Löcher und damit Unterlagen für die Praxis zu liefern. Abb. 1 zeigt ein Schema der untersuchten Anordnung. Über die Wandfläche S seien n-Löcher (Querschnitt σ) regelmäßig so verteilt, daß ihr Abstand groß gegen ihren Durchmesser ist. Man erhält für den Wandwiderstand bei senkrechtem Schalleinfall mit den Bezeichnungen der Abbildung:

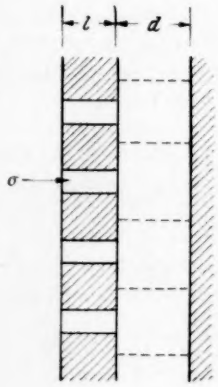

Abb. 1
Resonatoranordnung

$$(1) \qquad Z = \varepsilon R + i\left(\varepsilon\,\omega\,\varrho_0\,l - \frac{\varrho_0\,c^2}{\omega\,\alpha}\right),$$

sofern

$$k\,d \ll 1\,; \quad \left(k = \frac{\omega}{c}\right);$$

es ist ω = Kreisfrequenz,

c = Schallgeschwindigkeit,

ϱ_0 = Luftdichte,

R mechanischer Widerstand pro Einheit der Lochfläche,

$i = \sqrt{-1}$,

$\frac{1}{\varepsilon} = \frac{n\,\sigma}{S}$ = Perforationsfaktor.

Die Übersicht über die Eigenschaften der Resonatoranordnung wird durch Einführung der folgenden dimensionslosen Größen erleichtert:

$$\alpha = \frac{\varepsilon R}{\varrho_0 c}; \quad \beta = \sqrt{\frac{\varepsilon l}{d}}; \quad \gamma = \frac{\omega}{c}\sqrt{\varepsilon l d}.$$

Damit kann man für Gl. (1) schreiben:

$$\frac{Z}{\varrho_0 c} = \alpha + i\beta\left(\gamma - \frac{1}{\gamma}\right)$$

und erhält für den Schluckgrad den Ausdruck:

$$a = \frac{4\alpha}{(\alpha+1)^2 + \beta^2\left(\gamma - \frac{1}{\gamma}\right)^2}. \tag{2}$$

Der Höchstwert des Schluckgrades hängt nur von α ab; es ist für $\gamma = 1$ (Resonanz):

$$a_{max} = \frac{4\alpha}{(\alpha+1)^2} \text{ und } a_{max} = 1 \text{ für } \alpha = 1. \tag{2a}$$

Die Größe β ist ein Maß für die Resonanzschärfe; je größer β, um so schmaler die Resonanzkurve.

Die Messungen wurden in einem Frequenzbereich von etwa 70—700 Hz nach der Methode der stehenden Wellen ausgeführt. Die Apparatur bestand im wesentlichen aus einem Kundtschen Rohr von kreisförmigem Querschnitt, längs dessen Achse ein Mikrophon bewegt werden konnte. Das Rohr (320 cm lang, 25 cm ⌀) war mit einer 1,5 cm starken Metallplatte abgeschlossen, auf der das Meßobjekt befestigt werden konnte. Es wurden gelochte Holzplatten untersucht, deren Dicke, Abstand von der Metallplatte und Lochzahl verändert wurden, während der Lochdurchmesser (1,2 cm) bei fast allen Versuchen konstant blieb. Die Eigenfrequenz

$$f = \frac{c}{2\pi}\frac{1}{\sqrt{\varepsilon l d}}$$

errechnet sich unter der Voraussetzung, daß man sich eine Anordnung nach Abb. 1 mit n-Löchern durch n-Resonatoren ersetzt denken könne, deren Einzelvolumen gleich den n-ten Teil des Gesamtvolumens ist. Eine Versuchsreihe zeigt, daß diese Voraussetzung bis zu $n = 7$ erfüllt ist, bei $n = 13$ jedoch nicht mehr zutrifft. Die gemessene Resonanzfrequenz ist stets kleiner als die berechnete. Diese Abweichung wird durch die Vernachlässigung der Reibung bei der Rechnung erklärt; umgekehrt wird aus der Differenz der gemessenen und der berechneten Resonanzfrequenz der Strömungswiderstand R berechnet. Der Strömungswiderstand wird außerdem noch aus der Größe a_{max} nach Gl. (2a) ermittelt. Zur theoretischen Deutung dieser Werte wird der Strömungswiderstand als Summe des Reibungswiderstandes der Lochwände und des Strahlungswiderstandes der Lochöffnung berechnet. In Abb. 2 sind einige Meßwerte zum Vergleich mit der

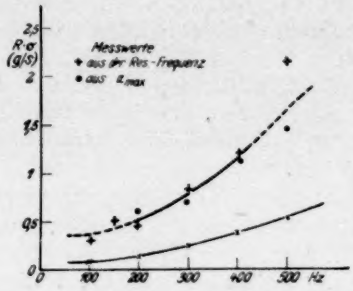

Abb. 2. Strömungswiderstand in Abhängigkeit von der Frequenz (Lochdurchmesser 1,2 cm)

theoretischen Kurve in Abhängigkeit von der Frequenz eingetragen; hierbei erweisen sich die gemessenen Werte noch als 4—6mal größer als die theoretischen. Der Verfasser folgert aus dieser Abweichung, daß offenbar die Ableitung von R aus der Differenz der gemessenen und berechneten Resonanzfrequenz nicht einwandfrei sein könne; die Ableitung aus a_{max} sei dagegen zwar grundsätzlich richtig, aber experimentell ungenau. (Tatsächlich ist die Lage der Resonanzfrequenz, die dem Maximum der Schallschnelle im Resonatorhals entspricht, von der Größe des Reibungswiderstandes unabhängig. Wohl aber lassen die aus a_{max} abgeleiteten Werte, wobei die experimentelle Streuung nicht ins Gewicht fällt, den Schluß zu, daß die Abweichung gegenüber der Theorie noch größer als angegeben ist, da bei der hier benutzten Rohrmethode kein Energieverlust durch Strahlung eintreten kann. D. Ref.)

Schließlich wird aus der Abweichung der gemessenen von der berechneten Form der Resonanzkurve ein Frequenzgang der Größe β hergeleitet. Als untere, mit derartigen Resonatoren praktisch erreichbare Grenze für β wird 4 bis 5 angegeben.

Ein ergänzender Versuch mit variablen Lochgrößen bestätigt die Tatsache, daß man bei geeigneter Anpassung des Wandwiderstandes durch den Perforationsfaktor Schluckgrade bis nahezu 100 % erzielen kann. H. Gerdien

Verantwortlicher Schriftleiter: Oberregierungsrat Dr. Martin Grützmacher, Berlin. — Für den Anzeigenteil verantwortlich: A. Plohmann, Leipzig. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig, Königstr. 2. — Druck: A. Heine G. m. b. H., Gräfenhainichen. — „I. v. W. g." — Zur Zeit gilt Anzeigenpreisliste 1. — Printed in Germany

Praktische Lärmbekämpfung

nach wissenschaftlichen Erkenntnissen

gegen Schallübertragung durch Bauteile, gegen Halligkeit lärmerfüllter Räume, zur Hörsamkeitsregelung von Sälen, gegen Erschütterungsübertragung von Maschinen

Ausstattung von Schallmeßräumen

Bewährte Dämmstoffe und Methoden
Erste Referenzen

Werner GENEST GmbH. - Berlin-Neukölln A
Hermannstr. 258, Tel. 602066
Stuttgart-N Wien IV/50

GENEST

Im Druck:

Die Grundlagen der Modulation

Von Dr.-Ing. ERNST PROKOTT, Berlin

Modulation und Demodulation bilden Kernprobleme der elektrischen Nachrichtentechnik und sind im weiteren Sinne die Grundlage jeder Nachrichtenübermittlung. Erst die Modulationsordnung machte die Hochfrequenzanlage zum Nachrichtensender, ebenso wie die Demodulationseinrichtung sie zum Empfänger stempelt. Das Buch wird für die Vertiefung der Kenntnis der Modulationsvorgänge große Dienste leisten.

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG

Grundlagen der Verstärkertechnik

Von Obering. Hans Barteis

Leiter des Verstärkerlaboratoriums der Telefunken-Gesellschaft für drahtlose Telegraphie m. b. H., Berlin

XII, 258 Seiten mit 156 Abbildungen. 8°. Gebunden etwa 17,— RM.

Erscheint im April 1942

Der Anwendungsbereich der Verstärker in der Nachrichten- und Meßtechnik ist außerordentlich groß. Z. B. benutzt die Fernsprechtechnik Verstärker zur Aufhebung der Dämpfungen in den Fernsprechleitungen. In elektroakustischen Übertragungsanlagen müssen die geringen elektrischen Leistungen der Mikrophone, die oft nur 10^{-9} betragen, zum Betrieb von Lautsprechern bis zu mehreren kW verstärkt werden. Jede Rundfunk- und Fernseh-Sende- und Empfangsanlage enthält Verstärker in weitem Ausmaß. Die Meßtechnik benutzt sie, um entweder die zu messenden elektrischen Größen in den Meßbereich der Anzeigeinstrumente zu heben oder das Meßinstrument selbst hochohmig gegen das Meßinstrument zu machen. — Aufgabe der Verstärkertechnik ist

1. auf Grund der gegebenen Probleme die Bestimmungsgrößen für den Verstärker, d. h. die notwendige Verstärkung, Leistung, Anpassung, zulässige Frequenzabhängigkeit und nichtlineare Verzerrung usw. zu ermitteln.
2. Nach Feststellung dieser Größen die günstigsten Verstärkerröhren auszusuchen und die Schaltelemente zu berechnen. Hierbei ist es selbstverständlich, daß der geringste Aufwand anzustreben ist.

Um sowohl dem Studierenden als auch dem Ingenieur eine leichte Übersicht über das Verstärkergebiet zu ermöglichen, wurde der vorliegende Stoff sehr weitgehend unterteilt. Den Abschnitten V, VI, VII, die sich mit der eigentlichen Berechnung des Verstärkers befassen, wurden die Abschnitte I—IV, die die Grundbegriffe, Meßmethoden, Hilfssätze und die Berechnungsunterlagen für die wesentlichen Schaltelemente enthalten, vorangestellt. Hierdurch wurden Wiederholungen im Text nach Möglichkeit vermieden. Während das ausführliche Sachverzeichnis das Nachschlagen sehr erleichtert, wird das am Schluß des Buches aufgeführte umfangreiche Schrifttum für ein eingehenderes Studium einzelner Teilgebiete sehr förderlich sein.

VERLAG VON S. HIRZEL IN LEIPZIG C 1